

COMUNICAZIONI ELETTRICHE A

Laurea Triennale in Ingegneria Elettronica e Ingegneria delle Telecomunicazioni

Prova intermedia del 21/11/2005

1. Si illustri, qualitativamente e quantitativamente, l'effetto soglia nei demodulatori FM.
2. Un processo stocastico $n(t)$ ha densità spettrale di potenza $S_n(f)$ mostrata in Fig. 1. Si determinino (e se ne disegnino i corrispondenti grafici) le densità spettrali di potenza delle componenti in fase e quadratura rispetto alla frequenza f_0 e si dica se sono incorrelate.

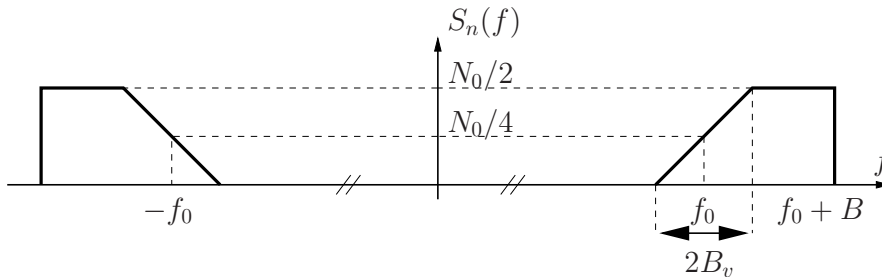


Figura 1:

3. Due segnali, $x_1(t)$ e $x_2(t)$ di banda $B = 15$ kHz e di uguale potenza media P_x , sono trasmessi contemporaneamente. A questo scopo, si modula in DSB, utilizzando la portante $A_2 \cos(2\pi f_2 t + \theta_2)$, il segnale $x_2(t)$ ottenendo il segnale $x_{2,DSB}(t)$. Il segnale moltiplicato $x_M(t) = x_1(t) + x_{2,DSB}(t)$ viene poi modulato in FM, con deviazione di frequenza $f_\Delta = 100$ kHz e portante $A_0 \cos(2\pi f_0 t + \theta_0)$, e trasmesso su un canale che introduce rumore additivo bianco con densità spettrale di potenza $N_0/2$. Lo schema a blocchi del trasmettitore è mostrato in Fig. 2.

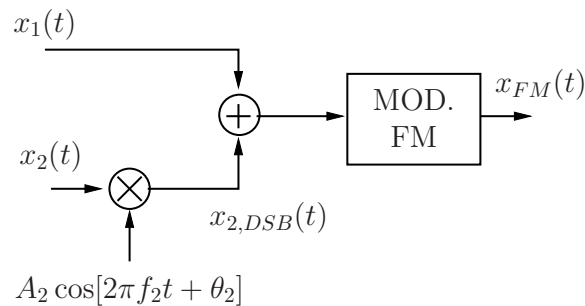


Figura 2:

- (a) Si determini il valore minimo di f_2 che assicura la non sovrapposizione degli spettri nella moltiplicazione. Si scelga poi f_2 in modo da avere una banda di guardia $B_g = 5$ kHz.
- (b) Si calcoli la banda del segnale FM.
- (c) Si disegni lo schema a blocchi di un demodulatore in grado di ricevere i segnali $x_1(t)$ e $x_2(t)$.
- (d) Si determini il valore dell'ampiezza A_2 in modo che il rapporto segnale-rumore all'uscita dei due rami del demodulatore sia lo stesso.

Risultati e soluzione: <http://www.tlc.unipr.it/people/colavolpe>

Soluzione:

1. Domanda di teoria.
2. Come è noto, è

$$S_{n_c n_c}(f) = S_{n_s n_s}(f) = \frac{\tilde{S}_n(f) + \tilde{S}_n(-f)}{2}$$

$$jS_{n_s n_c}(f) = \frac{\tilde{S}_n(f) - \tilde{S}_n(-f)}{2}$$

dove $\tilde{S}_n(f) = 2S_n(f + f_0)u(f + f_0)$ è indicato in Fig. 3(a). Pertanto, $S_{n_c n_c}(f) = S_{n_s n_s}(f)$ e $jS_{n_s n_c}(f)$ hanno rispettivamente l'andamento indicato in Fig. 3(b) e Fig. 3(c). Poiché $S_{n_s n_c}(f)$ non è nullo, le componenti in fase e quadratura non risultano incorrelate.

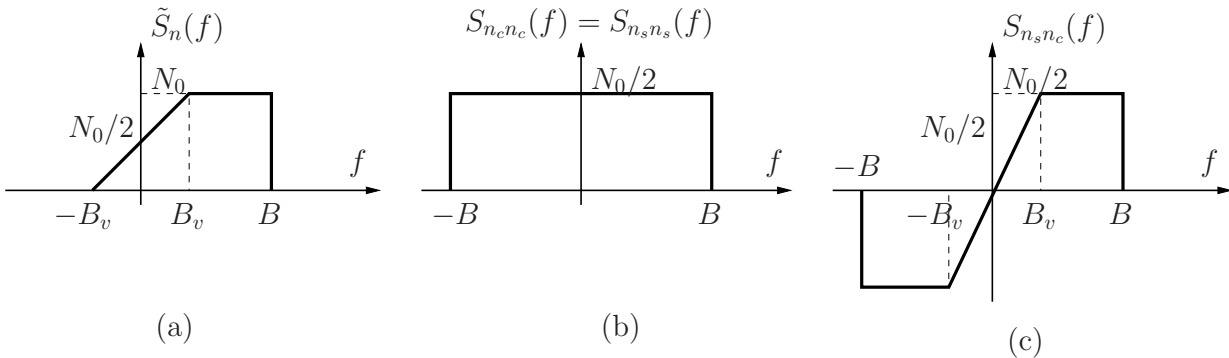


Figura 3:

3. Si supponga che gli spettri dei segnali $x_1(t)$ e $x_2(t)$ siano quelli mostrati in Fig. 4.

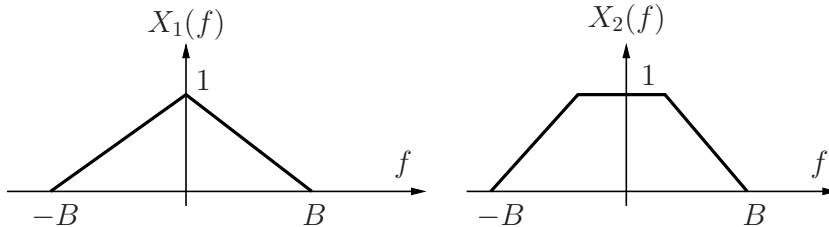


Figura 4:

- (a) Dopo la modulazione, il segnale $x_{2,DSB}(t)$ occuperà la banda $f_2 - B \leq f \leq f_2 + B$. Pertanto, affinché nella modulazione gli spettri non si sovrappongano, deve essere $f_2 - B \geq B$ e quindi $f_2 \geq 2B = 30$ kHz. Al fine di ottenere una banda di guardia B_g , bisogna scegliere invece $f_2 - B = B + B_g$ e quindi $f_2 = 2B + B_g = 32$ kHz. Il segnale modulato avrà quindi banda

$$B_M = B + B_g + 2B = 50 \text{ kHz}.$$

Il suo spettro è mostrato in Fig. 5.

- (b) La banda del segnale FM è

$$B_{FM} = 2(f_\Delta + 2B_M) = 400 \text{ kHz}.$$

- (c) La struttura del ricevitore è mostrata in Fig. 6. $H_1(f)$ è un filtro passabasso di banda B mentre $H_2(2)$ è un filtro passabanda di banda $2B$ intorno alla frequenza f_2 .

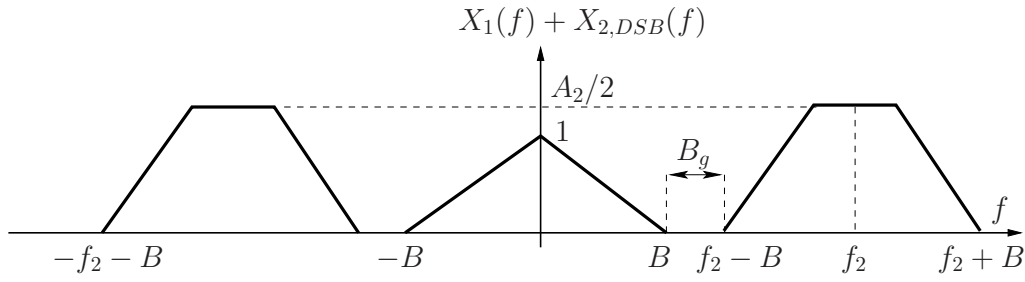


Figura 5:

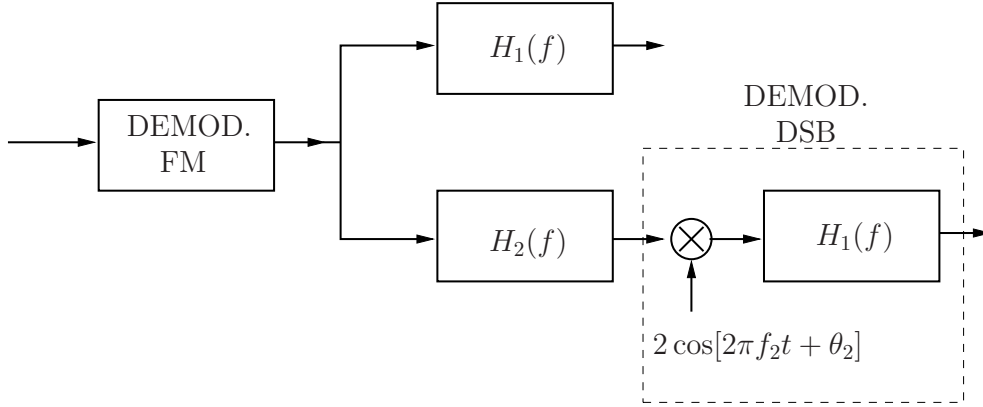


Figura 6:

- (d) Come è noto, all'uscita del demodulatore FM si ha (supponendo l'ampiezza del limitatore $A_L = 1$ dal momento che il suo valore è ininfluente sul risultato finale)

$$2\pi f_{\Delta} x_M(t) + \frac{\dot{n}_s(t)}{A_0} = 2\pi f_{\Delta} x_1(t) + 2\pi f_{\Delta} A_2 x_2(t) \cos(2\pi f_2 t + \theta_2) + \frac{\dot{n}_s(t)}{A_0}$$

e $\frac{\dot{n}_s(t)}{A_0}$ ha densità spettrale di potenza $\frac{4\pi^2 f^2 N_0}{A_0^2}$. Pertanto, all'uscita del ramo superiore la potenza di segnale è $S_{u1} = 4\pi^2 f_{\Delta}^2 P_x$, mentre la potenza di rumore è

$$N_{u1} = \frac{4\pi^2 N_0}{A_0^2} \int_{-B}^B f^2 df = \frac{8\pi^2 N_0 B^3}{3A_0^2}.$$

Sul ramo II rapporto è quindi

$$\frac{S_{u1}}{N_{u1}} = \frac{3f_{\Delta}^2 P_x A_0^2}{2N_0 B^3}$$

Sul ramo inferiore, invece, all'ingresso del demodulatore DSB si ha

$$S_{i2} = \frac{4\pi^2 f_{\Delta}^2 A_2^2 P_x}{2}$$

$$N_{i2} = 2 \frac{4\pi^2 N_0}{A_0^2} \int_{B+B_g}^{B_M} f^2 df = \frac{8\pi^2 N_0}{A_0^2} \frac{B_M^3 - (B+B_g)^3}{3}$$

e poiché all'uscita del demodulatore DSB è $\frac{S_{u2}}{N_{u2}} = 2 \frac{S_{i2}}{N_{i2}}$, è

$$\frac{S_{u2}}{N_{u2}} = \frac{3f_{\Delta}^2 P_x A_0^2 A_2^2}{2N_0 [B_M^3 - (B+B_g)^3]}.$$

Pertanto, affinché il rapporto segnale-rumore sia uguale sui due rami, deve essere

$$\frac{A_2^2}{[B_M^3 - (B+B_g)^3]} = \frac{1}{B^3} \Rightarrow A_2 = \sqrt{\frac{B_M^3 - (B+B_g)^3}{B^3}} = 5.89 \text{ V.}$$