

COMUNICAZIONI ELETTRICHE A

Laurea Triennale in Ingegneria Elettronica, Informatica e delle Telecomunicazioni

Prova intermedia del 30/11/2006

Tempo a disposizione: 2 ore

Un segnale analogico $x(t)$ di banda $B = 4$ kHz e potenza media $P_x = 0.8$ V², è modulato in frequenza con $f_\Delta = 42$ kHz utilizzando una portante di ampiezza $A_0 = 1$ V e frequenza $f_0 = 100$ MHz. Il segnale FM $x_{FM}(t)$ risultante è trasmesso su un canale che introduce rumore additivo bianco $w_1(t)$ con densità spettrale di potenza $N_{01}/2$ con $N_{01} = 0.5 \cdot 10^{-7}$ V²/Hz. Il ricevitore è mostrato in Fig. 1. In tale figura, G è un fattore di amplificazione, il filtro $H_2(f)$ è un filtro passa banda intorno alla frequenza $f_{IF} = 5$ MHz e $w_2(t)$ è il rumore introdotto dal convertitore di frequenza, assunto indipendente da $w_1(t)$ e bianco con densità spettrale di potenza $N_{02}/2$ con $N_{02} = 10^{-5}$ V²/Hz.

- Si determinino la potenza e la banda del segnale trasmesso.
- Si determini la frequenza f_{OL} dell'oscillatore locale.
- Si dimensionino i filtri $H_1(f)$ e $H_2(f)$ ed i filtri che compongono il demodulatore FM in modo da massimizzare il rapporto segnale-rumore all'uscita del demodulatore. In particolare si dica se i filtri $H_1(f)$ e $H_2(f)$ sono critici.
- Si dettagliano gli elementi che compongono il demodulatore FM, spiegandone brevemente la funzione.
- Si calcoli il rapporto segnale-rumore dopo il filtro $H_1(f)$, dopo il filtro di front-end del demodulatore FM e all'uscita del demodulatore FM.
- Si scelga il guadagno G in modo da avere un rapporto segnale-rumore all'uscita del demodulatore almeno pari a 35 dB [si verifichi che il demodulatore FM lavora sopra la soglia $\left(\frac{S_i}{N_i}\right)_{th,dB} = 15$ dB misurata dopo il filtro di front-end].

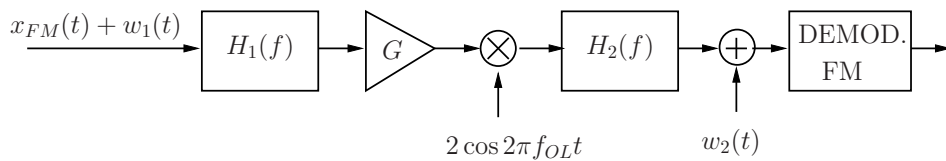


Figura 1:

Risultati e soluzione: <http://www.tlc.unipr.it/people/colavolpe>
oppure

<http://www.tlc.unipr.it/people/serena>

Soluzione:

a. La banda trasmessa è ovviamente

$$B_{FM} \simeq 2(f_{\Delta} + 2B) = 100 \text{ kHz}$$

mentre la potenza trasmessa è

$$P_{FM} = \frac{A_0^2}{2} = 0.5 \text{ V}^2.$$

b. La frequenza dell'oscillatore locale deve essere tale per cui dopo la conversione di frequenza lo spettro del segnale si posiziona intorno alla frequenza f_{IF} . Pertanto deve essere, scegliendo ad esempio $f_{OL} > f_0$

$$f_{OL} - f_0 = f_{IF}$$

da cui si ricava che $f_{OL} = f_0 + f_{IF} = 105 \text{ MHz}$.

c. I filtri $H_1(f)$ e $H_2(f)$ non sono critici. Il primo deve semplicemente eliminare la frequenza immagine che è la frequenza 110 MHz, mentre il secondo serve solo ad eliminare, dopo il battimento con l'oscillazione a frequenza f_{OL} , la frequenza somma. Il primo elemento del demodulatore di frequenza è un filtro passa banda di banda B_{FM} intorno alla frequenza f_{IF} . Tale filtro è invece critico dal momento che deve eliminare le componenti di rumore al di fuori della banda del segnale. Infine l'ultimo elemento del demodulatore FM è un filtro passa basso di banda B .

d. Domanda di teoria.

e. Dopo il filtro $H_1(f)$ la potenza di segnale è

$$S_1 = \frac{A_0^2}{2}$$

mentre la potenza di rumore dipende dalla banda scelta per il filtro $H_1(f)$. Assumendo che tale banda sia B_1 , la potenza di rumore risulta

$$N_1 = N_{01} B_1.$$

È quindi

$$\frac{S_1}{N_1} = \frac{A_0^2}{2N_{01} B_1}.$$

Indicando con $n_1(t)$ il rumore dopo il filtro $H_1(f)$, esso può scriversi, in funzione delle sue componenti in fase e quadratura, come

$$n_1(t) = n_{c1}(t) \cos 2\pi f_0 t - n_{s1}(t) \sin 2\pi f_0 t.$$

Dopo la conversione di frequenza, il segnale all'ingresso del demodulatore di frequenza sarà invece

$$A_0 G \cos[2\pi f_{IF} t + \int x(\tau) d\tau] + G n_{c1}(t) \cos 2\pi f_{IF} t - G n_{s1}(t) \sin 2\pi f_{IF} t + w_2(t).$$

Sfruttando l'indipendenza tra $w_1(t)$ e $w_2(t)$, il rapporto segnale-rumore all'ingresso del demodulatore FM è

$$\frac{S_2}{N_2} = \frac{G^2 A_0^2 / 2}{G^2 N_{01} B_{FM} + N_{02} B_{FM}}.$$

Indicando con $n_{c2}(t)$ e $n_{s2}(t)$ la componente in fase e quadratura del rumore $w_2(t)$ filtrato dal filtro di front-end del demodulatore FM, all'uscita del demodulatore FM si ha (supponendo l'ampiezza A_L del limitatore pari a 1 dal momento che il suo valore è ininfluenza sul risultato finale)

$$2\pi f_{\Delta} G x(t) + \frac{G \dot{n}_{s1}(t) + \dot{n}_{s2}(t)}{A_0}.$$

Il rapporto segnale-rumore all'uscita del demodulatore FM è dunque

$$\frac{S_u}{N_u} = \frac{4\pi^2 f_{\Delta}^2 P_x G^2}{\frac{8\pi^2 B^3}{3A_0^2} (G^2 N_{01} + N_{02})} = \frac{3A_0^2 f_{\Delta}^2 P_x G^2}{2B^3 (G^2 N_{01} + N_{02})}.$$

f. Imponendo le due condizioni

$$\frac{S_2}{N_2} = \frac{G^2 A_0^2 / 2}{G^2 N_{01} B_{FM} + N_{02} B_{FM}} \geq 31.62 \quad (15 \text{ dB})$$

$$\frac{S_u}{N_u} = \frac{3 A_0^2 f_{\Delta}^2 P_x G^2}{2 B^3 (G^2 N_{01} + N_{02})} \geq 3162.28 \quad (35 \text{ dB})$$

si ottengono le due condizioni

$$G \geq 9.64$$

$$G \geq 0.96$$

e pertanto, affinché siano entrambe verificate, occorre scegliere $G \geq 9.64$.