

## COMUNICAZIONI ELETTRICHE A

Laurea Triennale in Ingegneria Elettronica e Ingegneria delle Telecomunicazioni

Prova del 10/1/2006

1. Un segnale video  $x(t)$  di banda  $B = 5$  MHz è trasmesso, utilizzando la modulazione VSB-UB con  $B_v = 500$  kHz, su un canale che introduce rumore additivo gaussiano bianco con densità spettrale di potenza  $N_0/2$ , con  $N_0 = 10^{-6}$  V<sup>2</sup>/Hz.
  - (a) Si indichi un possibile schema di modulatore ed il corrispondente demodulatore.
  - (b) Si calcoli la densità spettrale di potenza del rumore all'uscita del demodulatore.
  - (c) Si calcoli la potenza di rumore all'ingresso ed all'uscita del demodulatore.
2. Si consideri lo schema di trasmissione analogica mostrato in Fig. 1. Il segnale da trasmettere ha banda  $B = 15$  kHz, mentre  $f_\Delta = 100$  kHz e  $A_0 = 10$  V. Il canale introduce rumore additivo gaussiano bianco  $w(t)$  con densità spettrale di potenza  $N_0/2$  con  $N_0 = 10^{-10}$  V<sup>2</sup>/Hz. Il limitatore utilizzato nel demodulatore FM ha  $A_L = 1$  V.
  - (a) Nell'ipotesi che sia  $H_1(f) = H_2(f) = 1$ , si calcoli la densità spettrale di potenza del rumore all'uscita del ricevitore e la potenza di rumore sulla banda  $B$ .
  - (b) Si dica come devono essere scelti i filtri  $H_1(f)$  e  $H_2(f) = 1/H_1(f)$  affinché lo schema corrisponda ad un sistema di trasmissione PM con  $\phi_\Delta = \pi/2$ .
  - (c) In questo caso, si calcoli la densità spettrale di potenza del rumore all'uscita del ricevitore e la potenza di rumore sulla banda  $B$ .

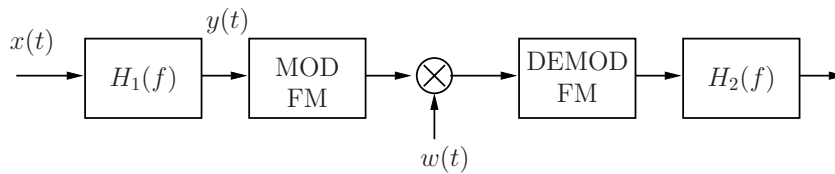


Figura 1:

**Soluzione**

1.

- (a) Domanda di teoria. Il modulatore può essere implementato sia nella versione che effettua il filtraggio in banda base, che in quella che effettua il filtraggio in banda passante. Ai fini dello svolgimento dei punti successivi, si dettaglia solo lo schema del demodulatore. Esso è mostrato in Fig. 2. Il filtro  $H_1(f)$  è un filtro passabanda che lascia passare le componenti frequenziali del segnale ricevuto tra  $f_0 - B_v$  e  $f_0 + B$ . Il filtro  $H_2(f)$  è invece un filtro passa basso di banda  $B$ . All'uscita avremo il segnale trasmesso  $x(t)$  con sovrapposta la componente in fase del rumore  $n(t)$ .

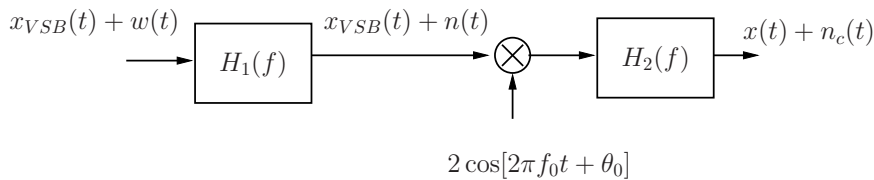
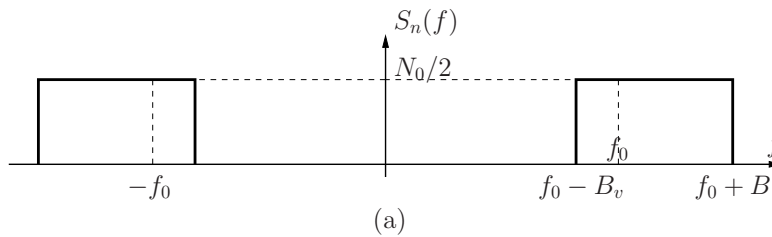


Figura 2:

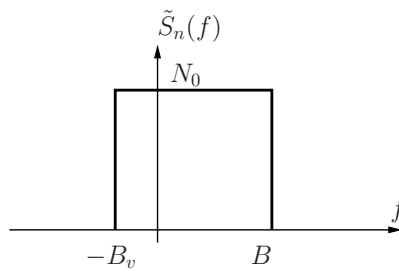
- (b) La densità spettrale di potenza  $S_n(f)$  di  $n(t)$  è mostrata in Fig. 3(a). A partire da tale densità spettrale di potenza si calcola  $\tilde{S}_n(f)$  (mostrata in Fig. 3(b)) e quindi

$$S_{n_c}(f) = \frac{\tilde{S}_n(f) + \tilde{S}_n(-f)}{2}$$

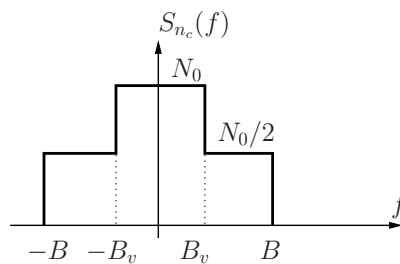
che è mostrata in Fig. 3(c).



(a)



(b)



(c)

Figura 3:

(c) La potenza di rumore all'ingresso del demodulatore è

$$N_i = \int_{-\infty}^{\infty} S_n(f) df = N_0(B + B_v) = 5.5 \text{ V}^2 \text{ (7.4 dB)}.$$

Anche la potenza di rumore all'uscita del demodulatore è

$$N_u = \int_{-\infty}^{\infty} S_{n_c}(f) df = N_0(B + B_v) = 5.5 \text{ V}^2 \text{ (7.4 dB)}.$$

2.

(a) Domanda di teoria. La densità spettrale di potenza del rumore all'uscita del demodulatore FM è pari a

$$\frac{N_0}{A_0^2} 4\pi^2 f^2$$

e quindi la potenza di rumore è

$$N_u = \int_{-B}^B \frac{N_0}{A_0^2} 4\pi^2 f^2 df = \frac{8\pi^2 N_0 B^3}{3A_0^2} = 88.83 \text{ V}^2 \text{ (19.48 dB)}$$

(b) Indicando con  $y(t)$  il segnale all'ingresso del modulatore FM, il segnale alla sua uscita è

$$A_0 \cos[2\pi f_0 t + 2\pi f_\Delta \int_{-\infty}^t y(\tau) d\tau].$$

Vogliamo che tale segnale sia pari a

$$A_0 \cos[2\pi f_0 t + \phi_\Delta x(t)]$$

e pertanto deve essere

$$2\pi f_\Delta \int_{-\infty}^t y(\tau) d\tau = \phi_\Delta x(t).$$

Derivando ambo i membri si ha

$$y(t) = \frac{\phi_\Delta}{2\pi f_\Delta} \frac{dx(t)}{dt} = \frac{1}{4 \cdot 10^5} \frac{dx(t)}{dt}$$

da cui

$$H_1(f) = \frac{\phi_\Delta}{2\pi f_\Delta} j2\pi f = \frac{1}{H_2(f)}.$$

(c) In questo caso, la densità spettrale di potenza del rumore all'uscita del ricevitore sarà

$$\frac{N_0}{A_0^2} 4\pi^2 f^2 |H_2(f)|^2 = \frac{N_0}{A_0^2} \left( \frac{2\pi f_\Delta}{\phi_\Delta} \right)^2$$

e la potenza di rumore sarà quindi

$$\int_{-B}^B \frac{N_0}{A_0^2} \frac{2\pi f_\Delta}{\phi_\Delta} df = \frac{N_0}{A_0^2} \left( \frac{2\pi f_\Delta}{\phi_\Delta} \right)^2 2B$$