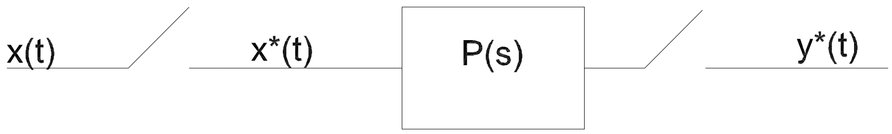
Università degli Studi di Parma - Facoltà di Ingegneria
Prova di Controlli Digitali del 21 Giugno 2005

Parte A-I

1-
Considera il seguente sistema continuo con ingresso campionato



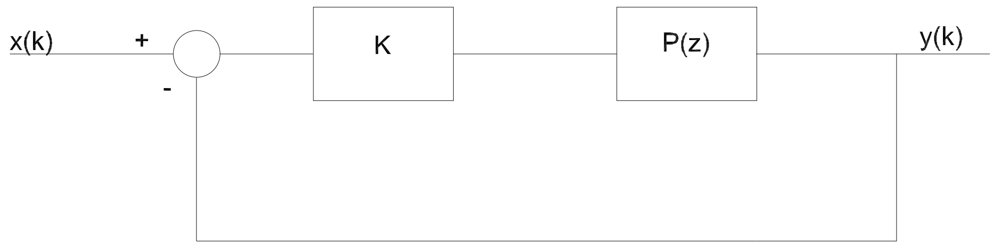
determina l'espressione della sequenza di uscita campionata $y*(t)$ in funzione della sequenza di ingresso campionata $x^*(t)$ e dei campioni della risposta all'impulso del sistema $P(s)$. Determina inoltre le relazioni tra le trasformate zeta dei segnali campionati $x^*(t)$ e $y^*(t)$. Dimostra i risultati presentati.

2-
Definisci la funzione di risposta armonica per un sistema discreto ed enuncia il teorema di risposta armonica, senza dimostrazione.

Università degli Studi di Parma - Facoltà di Ingegneria
Prova di Controlli Digitali del 21 Giugno 2005

Parte A-II

1- Considera il seguente sistema

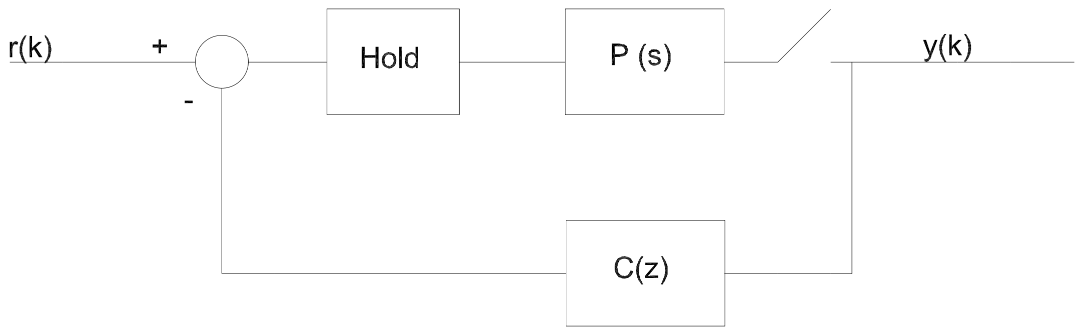


con

$$P(z) = \frac{z}{(z+0.5)^3},$$

- calcola la funzione di trasferimento del sistema
- servendoti della tabella di Jury, calcola l'insieme dei valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui il sistema dato è asintoticamente stabile

2- Considera il seguente sistema



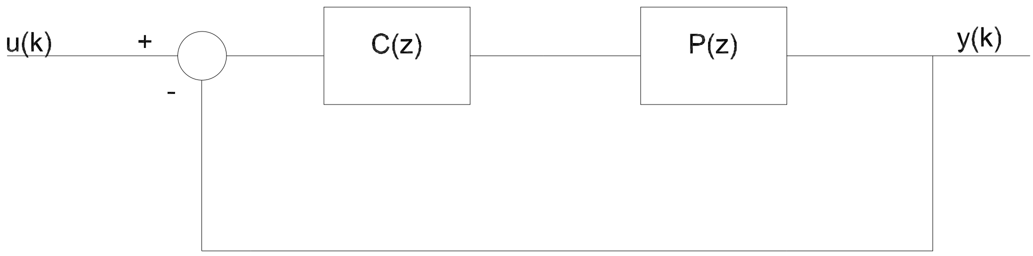
con $P(s) = \frac{1}{s+5}$ e $C(z) = \frac{z}{z-0.5}$. Il tempo di campionamento è pari ad 1 secondo.

- Trasforma lo schema in uno in cui compaiono solo segnali discreti
- Calcola la funzione di trasferimento del sistema
- Calcola $\lim_{k\to+\infty} y(k)$ quando $r(k) = 1(k)$ è la funzione gradino.
- Stima il tempo di assestamento T_a del sistema.

Università degli Studi di Parma - Facoltà di Ingegneria
Prova di Controlli Digitali del 21 Giugno 2005

Parte B-I

Illustra il progetto deadbeat per il seguente sistema, in cui $P(z) = \frac{B(z)}{A(z)}$ rappresenta l'impianto da controllare $C(z) = \frac{S(z)}{R(z)}$ il regolatore da determinare



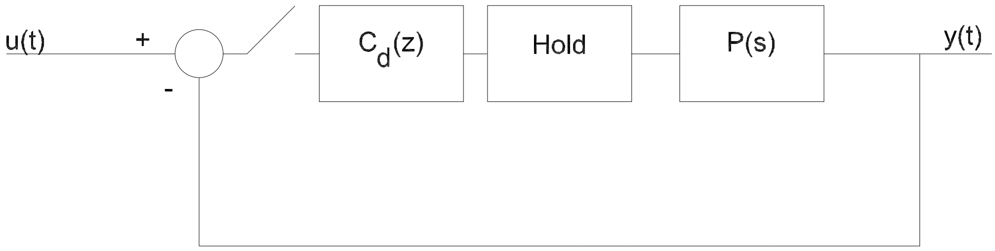
in particolare

- spiega cosa si intende per regolatore di tipo deadbeat
- determina l'equazione diofantea da risolvere
- calcola i gradi dei polinomi incogniti.

Università degli Studi di Parma - Facoltà di Ingegneria
Prova di Controlli Digitali del 21 Giugno 2005

Parte B-II

Considera il seguente sistema



dove

$$P(s) = \frac{(2-s)(s+20)}{(s+2)(s+5)}.$$

Progetta il controllore discreto $C_d(z)$ discretizzando la rete ritardatrice

$$C(s) = k\frac{1+\tau\alpha s}{1+\tau s}$$

in modo da soddisfare le specifiche

- errore a regime in risposta al gradino unitario pari a 0.1
- margine di ampiezza $M = 3$

nel progetto occorre tener conto del ritardo di campionamento attraverso l'approssimazione

$$e^{-\frac{T}{2}s} \simeq \frac{1}{1+\frac{sT}{2}}$$

e considerare un tempo di campionamento $T = 0.1s$.

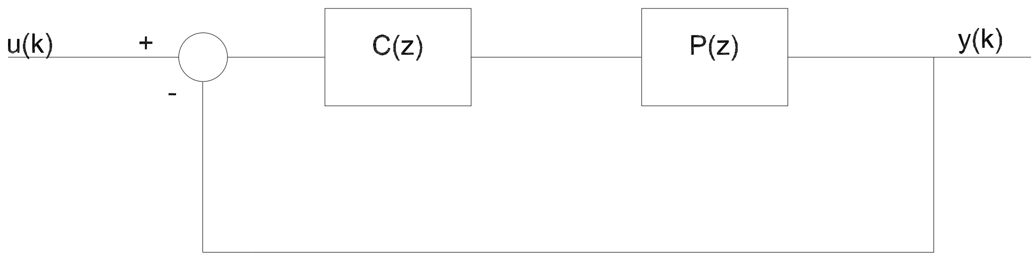
La discretizzazione va effettuata per mezzo della trasformazione di Tustin. Discutere se il tempo di campionamento scelto è appropriato.

Università degli Studi di Parma - Facoltà di Ingegneria
Prova di Controlli Digitali del 21 Giugno 2005

Parte B-III

Progetta un controllore $C(z)$ per il seguente sistema in modo tale che

- il sistema presenti errore a regime nullo in risposta al gradino
- la funzione di trasferimento del sistema retroazionato contenga i poli $z = 0$ e $z = 0.1$



Con

$$P(z) = \frac{(z + 0.1)}{(z + 3)(z - 0.2)} .$$

Soluzione:
Parte A-II
1-
La funzione di trasferimento è

$$T(z) = \frac{kz}{(z+0.5)^3 + kz} \ ,$$

l'equazione caratteristica è data da

$$(z+0.5)^3 + kz = 0 \ ,$$

applichiamo il criterio di Jury al polinomio $G(z) = z^3 + 1.5z^2 + (0.75+k)z + 0.125$, le condizioni di partenza sono

$$\begin{array}{l} 1 > 0.125 \\ G(1) = 3.375 + k > 0 \\ G(-1) = -0.125 - k < 0 \ , \end{array}$$

la tabella di Jury è

	z^0	z^1	z^2	z^3
1	0.125	$0.75+k$	1.5	1
2	1	1.5	$0.75+k$	0.125
3	-0.9844	$-1.4062+0.125k$	$-k-0.5625$	

da cui deriva la condizione

$$|-k-0.5325| < |-0.9844| \rightarrow k \in [-1.5169, 0.4219]$$

complessivamente otteniamo

$$-0.125 < K < 0.4219 \ .$$

2- Il blocco costituito dalla serie dell'hold, di $P(s)$ e del campionatore è equivalente al sistema discreto

$$P(z) = \frac{z-1}{z}\mathcal{Z}[\frac{1}{(s+5)s}] = \frac{1}{5}\frac{1-e^{-5T}}{z-e^{-5T}}$$

La funzione di trasferimento complessiva risulta dunque

$$T(z) = \frac{P(z)}{P(z)C(z)} = \frac{(1-e^{-5T})(z-0.5)}{5(z-0.5)(z-e^{-5T}) + z(1-e^{-5T})} = \frac{0.1986(z-0.5)}{(z-0.01135)(z-0.2956)} \ ,$$

il valore a regime in risposta al gradino è dato da

$$y_\infty = \lim z \rightarrow 1 \frac{z}{z-1} T(z)(z-1) = T(1) = \frac{1}{7} \ ,$$

il polo dominante è $z = 0.2956$, dalla relazione $s = \frac{1}{T}\log(z) = -1.215$, abbiamo che $T_a = \frac{3}{1.215} \simeq 2.469$ s,considerando l'istante di campionamento immediatamente successivo, possiamo stimare $T_a = \simeq 3$ s.

Parte B-II Il ritardo finito è approssimato da

$$H(s) = \frac{20}{20+s};$$

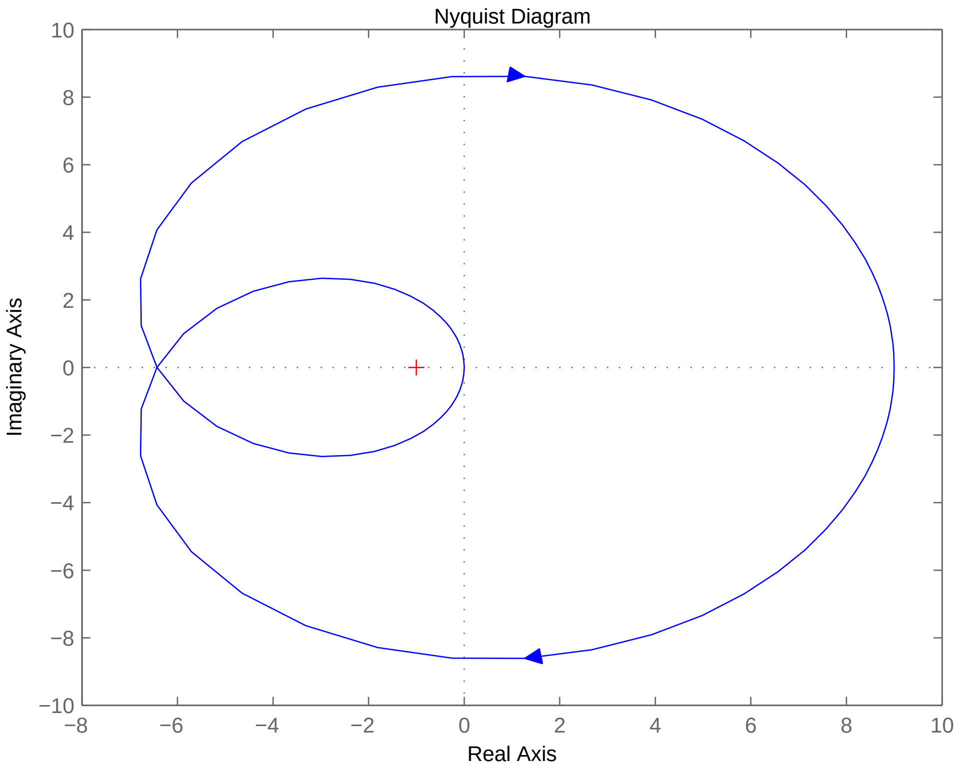
il guadagno ad anello aperto del sistema, senza la rete correttrice, è

$$L(s) = H(s)P(s) = \frac{20(2-s)}{(s+2)(s+5)}$$

dalla specifica sull'errore a regime abbiamo che $0.1 = \frac{1}{1+K_p}$, da cui $K_p = 9$ quindi

$$KH(0)P(0) = 9 \rightarrow k = 2.25 \ ,$$

tracciamo il diagramma di Nyquist di $L_2(s) = kL(s)$,



l'intersezione negativa con l'asse reale si può ottenere dalla tabella di Routh per l'equazione $x + L_2(s) = 0$, da cui

$$xs^2 + (7x - 45)s + 10x + 90 = 0 \ ,$$

annullare la seconda riga della tabella di Routh equivale ad imporre $7x - 45 = 0$, da cui $x = \frac{45}{7}$, che rappresenta il valore assoluto dell'intersezione negativa con l'asse reale. L'equazione diventa così

$$\frac{45}{7}s^2 + \frac{1010}{7} = 0,$$

da cui $\omega_c = 4.737$. Per progettare la rete ritardatrice prendiamo $\omega_0 < \omega$, ad esempio $\omega_0 = 3$, da cui

$$\phi = 180 + \arg(P(3j)) = 0.6356, \ M = 3|P(3j)| = 23.15$$

la condizione $\cos(\phi) > \frac{1}{M} \rightarrow 0.8047 > 0.04319$ è verificata, dalle formule di inversione risulta $\tau = 12.54$ e $\alpha = 0.03408$, il controllore continuo risulta dunque

$$C(s) = 2.25\frac{1 + 0.4276s}{1 + 12.55s} \ .$$

il controllore discretizzato attraverso la trasformazione di Tustin $s = \frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}$ è

$$C_d(z) = \frac{0.08529(z - 0.7906)}{z - 0.9981} \ .$$

Per quanto riguarda la correttezza del tempo di campionamento, abbiamo che il lo zero o polo piu' veloce del controllore è in -2.339, da cui deriva la condizione approssimata

$$T < \frac{\pi}{3}\frac{1}{2.339} = 0.4477s$$

che risulta verificata, il tempo di campionamento è dunque sufficientemente piccolo.

Parte B-III

Abbiamo che

$$B^+ = (z + 0.1), \ B^- = 1, \ A^+ = (z - 0.2), \ A^- = (z + 3),$$

per avere errore nullo al gradino occorre porre $q = 1$. Poniamo

$$R(z) = R''(z)(z - 1)B^+, \ S(z) = S'(z)A^+(z),$$

i gradi sono dati da

$$\mathrm{gr}\{S'\} = \mathrm{gr}\{A^-\} + q - 1 = 1 + 1 - 1 = 1, \ \mathrm{gr}\{R''\} = \mathrm{gr}\{A\} - \mathrm{gr}\{B^+\} - 1 = 2 - 1 - 1 = 0$$

l'equazione diofantea per il progetto di ragazzini diventa

$$r_0(z - 1)(z + 3) + (s_1 z + s_0) = z(z - 0.1),$$

da cui si ottiene il sistema

$$\begin{cases} r_0 = 1 \\ 2r_0 + s_1 = -0.1 \\ -3r_0 + s_0 = 0 \end{cases}$$

che ha soluzione

$$r_0 = 1, \ s_1 = -2.1, \ s_0 = 3$$

il controllore cercato è quindi

$$C(z) = -\frac{(z - 0.2)(2.1z - 3)}{(z + 0.1)(z - 1)} \ .$$