PROCESSI STOCASTICI

PROCESSO STAZIONARIO IN SENSO STRETTO (S.S.S.) $\rightarrow$ processo stabile in tutti gli ordini

PROCESSO STAZIONARIO IN SENSO LATO (S.S.L.) $\rightarrow$ se S.S.S., anche S.S.L.

VALOR MEDIO

$$\eta_x(t) = E\{X(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f_x(x,t)\, dx$$

COSTANTE SE SSL
- nullo se processo armonico con $T=2\pi$
- nullo per il rumore termico

$\eta_Y(t) = \eta_x(t) \cdot H(0)$ se $X(t)$ è SSL

VALORE QUADRATICO MEDIO – POTENZA

$$P_x(t) = E\{X^2(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f_x(x,t)\, dx = R_x(\underset{\tau}{0})$$

VARIANZA

$$\sigma_x^2(t) = E\{(X(t) - \eta_x(t))^2\} = P_x(t) - \eta_x^2(t)$$

FUNZIONE DI AUTOCORRELAZIONE

$R_x(t_1,t_2) = E\{X(t_1) \cdot X(t_2)\}$ se dipende da $\tau = t_2 - t_1$, condizione di S.S.L.

AUTOCOVARIANZA

$$C_x(t_1,t_2) = E[(X(t_1) - \eta_x(t_1)) \cdot (X(t_2) - \eta_x(t_2))] = R_x(t_1,t_2) - \eta_x(t_1) \cdot \eta_x(t_2)$$

se nulla, allora $X(t_1)$ e $X(t_2)$ sono incorrelate

DENSITÀ SPETTRALE DI POTENZA PER PROCESSI SSL (altrimenti non esiste)

$$S_x(f) = P_x(f) = \mathcal{F}\{R_x(\tau)\} \qquad S_Y(f) = S_x(f) \cdot |H(f)|^2$$

POTENZA MEDIA STATISTICA

$$P_x = \int_{-\infty}^{+\infty} S_x(f)\, df = R_x(0) = E\{X^2(t)\}$$

RIASSUMENDO – PER SISTEMI SSL SI HA:

- η_x COSTANTE ; $\eta_Y = \eta_x \cdot H(0)$ $\leftarrow$
- $R_x(\tau) = \mathcal{F}^{-1}\{S_x(f)\}$ $\tau = t_2 - t_1$ $\leftarrow$

Condizioni necessarie e sufficienti affinché si abbia stazionarietà in senso lato (SSL)

- $S_x(f) = \mathcal{F}\{R_x(\tau)\}$ $\quad S_Y(f) = S_x(f) \cdot |H(f)|^2$ $\quad R_Y(\tau) = R_x(\tau) * h(\tau) * h(-\tau)$
- $P_x = R_x(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_x(f)\, df$

PROCESSI BIANCHI

- $S_x(f) = N_0$ costante
- $P_x = \infty$
- $\eta_x = 0$

PROCESSI GAUSSIANI

- $Y(t)$ gaussiano
- S.S.L. $\Rightarrow$ S.S.S.

RICORDARE

$$h(t) = \Pi\left(\frac{t-t_0}{T}\right) \overset{\mathcal{F}}{\Longleftrightarrow} H(f) = T \operatorname{sinc}(Tf) \cdot e^{-j2\pi f t_0}$$

$$h(t) = \operatorname{sinc}\left(\frac{t-t_0}{T}\right) \overset{\mathcal{F}}{\Longleftrightarrow} H(f) = T\,\Pi(Tf) \cdot e^{-j2\pi f t_0}$$

$$h(t) = \Lambda\left(\frac{t}{T}\right) \overset{\mathcal{F}}{\Longleftrightarrow} H(f) = T \operatorname{sinc}^2(Tf)$$

$$h(t) = A e^{-Bt} \overset{\mathcal{F}}{\Longleftrightarrow} H(f) = \frac{A}{B + j2\pi f}$$

$$h(t) = A \cdot \delta(t) \overset{\mathcal{F}}{\Longleftrightarrow} H(f) = A$$

$$h(t) = \delta(t-t_0) \overset{\mathcal{F}}{\Longleftrightarrow} H(f) = e^{-j2\pi f t_0}$$

$$h(t) = e^{j2\pi f_0 t} \overset{\mathcal{F}}{\Longleftrightarrow} H(f) = \delta(f - f_0)$$

$$h(t) = \operatorname{sgn}(t) \overset{\mathcal{F}}{\Longleftrightarrow} H(f) = \frac{1}{j\pi f}$$

$$h(t) = \cos(2\pi f_0 t) \overset{\mathcal{F}}{\Longleftrightarrow} H(f) = \frac{1}{2}\delta(f-f_0) + \frac{1}{2}\delta(f+f_0)$$

$$h(t) = \operatorname{sen}(2\pi f_0 t) \overset{\mathcal{F}}{\Longleftrightarrow} H(f) = \frac{1}{2}\delta(f-f_0) - \frac{1}{2}\delta(f+f_0)$$

CAMPIONAMENTO

$$c(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT_c) \qquad X_c(f) = \frac{1}{T_c} \underbrace{\sum_{k=-\infty}^{+\infty} X(f - k f_c)}_{\text{repliche}}$$

$$x(t) \rightarrow \otimes \xrightarrow{x_s(t)} \boxed{H_{ric}(f)} \rightarrow x_{ric}(t)$$

$c(t)$

CAMPIONAMENTO IDEALE

CONDIZIONE DI NYQUIST $\quad f_c \geq B_x$

$f_c \rightarrow$ frequenza di campionamento

$B \rightarrow$ frequenza (banda) del segnale (se $x(t) = \operatorname{sinc}(3Bt)$, $B_x = 3B$)

$$H_{ric}(f) = T_c \cdot \Pi\left(\frac{f}{f_c}\right) \quad \text{PASSA BASSO}$$

1) da $x(t)$, trasformo in $X(f)$
2) verifico la condizione di Nyquist
3) determino $X_S(f) = \sum_k f_c \cdot X(f - k f_c)$
4) disegno lo spettro di $X_S(f)$
5) applico il filtro di ricostruzione
6) disegno il segnale ricostruito

CAMPIONAMENTO NON IDEALE
SAMPLE & HOLD

- può essere visto come un campionamento ideale seguito da un filtro $S(f)$
- il filtro di ricostruzione sarà composto da un equalizzatore con risposta in frequenza $\frac{1}{S(f)}$ e da un ricostruttore (filtro passa basso $T_c\,\Pi\left(\frac{f}{f_c}\right)$) come nel caso ideale.

$$H_{eq\text{-}ric} = \frac{1}{S(f)} \cdot T_c \cdot \Pi\left(\frac{f}{f_c}\right)$$