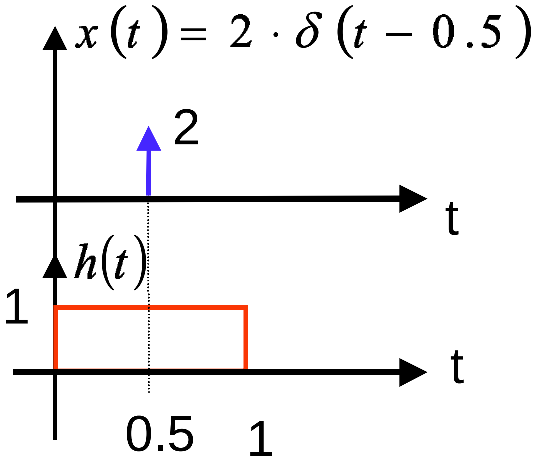
ESERCIZI SU SISTEMI LINEARI TEMPO-INVARIANTI E DECIBEL

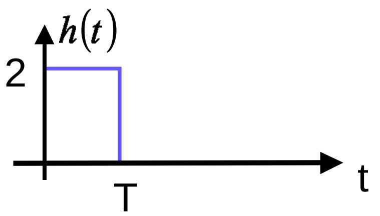
Esercizio 1

Valutare analiticamente o graficamente il prodotto di convoluzione $y(t) = x(t) * h(t)$.



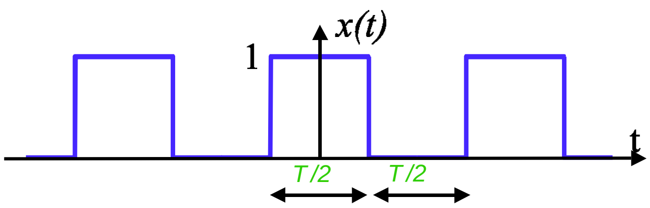
Esercizio 2

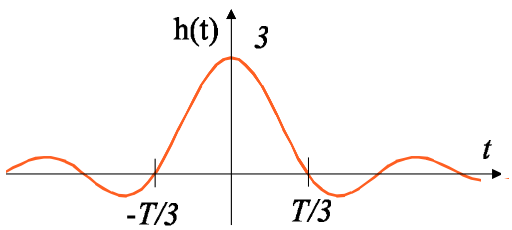
Il segnale $x(t) = \cos\left(2\pi \frac{1}{2T} t\right)$ rappresenta l'ingresso di un sistema lineare tempo-invariante caratterizzato dalla risposta all'impulso riportata in figura. Quale sarà l'andamento del segnale, $y(t)$, in uscita dal sistema?



Esercizio 3

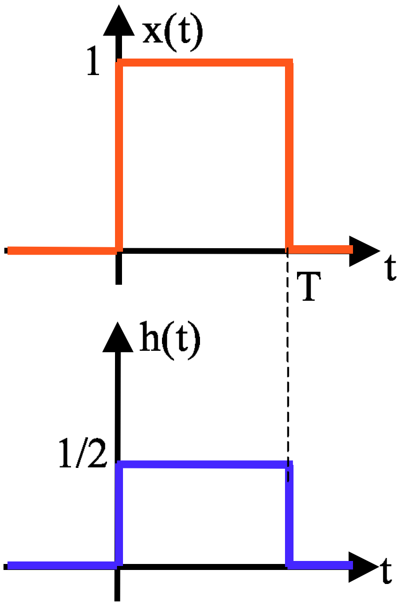
Il segnale $x(t)$ rappresentato in figura costituisce l'ingresso di un sistema lineare tempo-invariante con risposta all'impulso $h(t) = 3\operatorname{sinc}\left(t \frac{3}{T}\right)$ (vedi figura). Quale sarà l'andamento del segnale, $y(t)$, in uscita dal sistema?





Esercizio 4

Il segnale $x(t)$ rappresentato in figura costituisce l'ingresso di un sistema lineare tempo-invariante con risposta all'impulso $h(t)$ (vedi figura). Quale sarà l'andamento del segnale, $y(t)$, in uscita dal sistema? Quale sarà l'andamento della densità spettrale di energia all'ingresso ed all'uscita del sistema?



Esercizio 5

Un segnale con potenza media di *0 dBm* viene amplificato attraverso un dispositivo elettronico la cui *H(f)* è costante per ogni frequenza e pari a *10dB*. Quale sarà la potenza media del segnale amplificato?

Esercizio 6

Volendo esprimere in *dBW* una potenza di *3 dBm* che risultato si ottiene?

Esercizio 7

Due segnali sinusoidali con frequenza $f_1 = 1Khz$ ed $f_2 = 10Khz$ vengono sommate insieme. Il primo è caratterizzato da una potenza media pari a $6dBm$, mentre il secondo ha una potenza di $3dBm$. Quale sarà la potenza del segnale somma?

Esercizio 8

Molto spesso nei sistemi di comunicazione si fa riferimento ai rapporti fra potenza di segnale e potenza di disturbo/rumore (SNR Signal to Noise Ratio).

Data una potenza di segnale di $-20dBm$ ed una potenza di rumore di $-50dBm$, quanto vale il rapporto segnale/rumore in "unità logaritmiche" ed "unità lineari"?

Esercizio 9

1. Dato il segnale periodico $x(t)=2\cos(6\pi t)+\text{sen}(12\pi t)$,

a) rappresentare graficamente la sua trasformata di Fourier X(f), in modulo e fase, e la sua densita' spettrale di potenza $S_x(f)$;

b) calcolare il rapporto, in dB, tra le potenze delle due componenti frequenziali di x(t).

Il segnale x(t) entra in un sistema lineare stazionario caratterizzato da una risposta all'impulso h(t)=sinc(18t).

c) Determinare il segnale in uscita y(t) e dire, giustificando il risultato, se il sistema ha introdotto distorsione di ampiezza e/o di fase.

Esercizio 10

Il segnale $x(t)=sinc(10t)$ entra in un filtro ideale passa-basso con banda B=3Hz. Detto $y(t)$ il segnale in uscita al passa-basso,

a) disegnare l'andamento nel tempo del segnale $x(t)$;
b) disegnare l'andamento nel tempo del segnale $y(t)$. Il segnale $x(t)$ e' stato distorto nel passaggio dal filtro ?
c) Determinare la densita' spettrale di energia e l'energia di $y(t)$.

Esercizio 11
Il segnale $x(t)=8cos(10\pi t)+4cos(18\pi t)$, dove il tempo t e' misurato in secondi, viene ritardato di t_0=25ms e poi filtrato attraverso un passa-basso ideale con banda B=10 Hz.
Detti $y(t)$ il segnale in uscita al filtro passa-basso, $Y(f)$ la sua trasformata di Fourier e $S_y(f)$ la sua densita' spettrale di potenza,

a) rappresentare $Y(f)$ in modulo e fase;
b) rappresentare $S_y(f)$ e calcolare la potenza di $y(t)$;
c) il segnale $x(t)$, trasformato in $y(t)$, e' stato distorto in fase e/o in ampiezza ? Motivare la risposta.

<u>Esercizi senza soluzione</u>

Esercizio
Dati i segnali $x(t)=2cos(100\pi t)$ e $y(t)=cos(2000\pi t)$, **rappresentare le trasformate** di Fourier e **calcolare le potenze** dei segnali $x(t)$ e $z(t)=x(t)y(t)$.
Il segnale **z(t)** entra in filtro passabasso con H(f) a forma triangolare (tra –100Hz e +100Hz): determinare il segnale u(t) che esce dal filtro.
[proprieta' di modulazione: $s(t)cos(2\pi fot) <=> 1/2(S(f-fo)+S(f+fo))$]

Esercizio
Il segnale **x(t)=sinc(100t)** passa attraverso **un filtro passabasso ideale con banda B=40Hz** (guadagno unitario e risposta in fase nulla).
Rappresentare graficamente (riportando chiaramente i valori sugli assi)
a) l'andamento nel tempo del segnale filtrato (all'uscita del secondo filtro);
b) lo spettro del segnale filtrato;
c) la densita' spettrale di energia del segnale filtrato.
d) Nel caso in cui il filtro introduca un ritardo di propagazione di 10ms, rappresentare lo spettro di ampiezza e di fase del segnale filtrato, e calcolarne l'energia.

Il segnale x(t) viene **modulato con una portante a frequenza fo=1MHz**. Il segnale modulato viene poi filtrato con un filtro in banda passante, centrato intorno alla stessa frequenza portante, con risposta in frequenza a forma triangolare, guadagno a centro banda G=6dB, e banda B=150Hz.
e) Rappresentare lo spettro del segnale all'uscita del filtro.
[ricorda : $x(t)=sinc(tT) \Leftrightarrow X(f)=1/T\, rect(t/T)$]

Esercizio
Una portante $y(t)=cos(2\pi f_o t)$, dove f_o=1MHz, viene modulata in ampiezza con un segnale $x(t)=2rect(t/T)$, dove T=1ms.
Disegnare l'andamento nel tempo del segnale modulato $z(t)=x(t)y(t)$.
Disegnare lo spettro Z(f) del segnale modulato z(t).

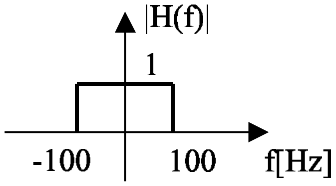
Esercizio
Dati i due segnali:

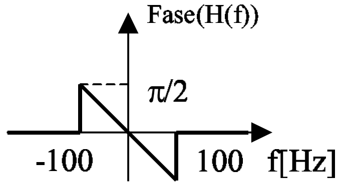
$$x(t) = 2\,sin(10\pi \cdot t) \qquad \text{e} \qquad y(t) = cos(10\pi \cdot t) + sin(20\pi \cdot t)$$

rispondere alle seguenti domande:
a) esiste un sistema lineare tempo-invariante tale per cui se ***x(t)*** è l'ingresso di tale sistema, ***y(t)*** ne rappresenta l'uscita?
b) esiste un sistema lineare tempo-invariante tale per cui se ***y(t)*** è l'ingresso di tale sistema, ***x(t)*** ne rappresenta l'uscita?

In entrambi i casi motivare la risposta e, in caso di risposta affermativa, determinare un esempio di risposta in frequenza *H(f)* che verifichi tale condizione.

Esercizio
Il segnale x(t)= 10cos(100πt)+cos(1000πt) entra in un sistema lineare stazionario con risposta in ampiezza e risposta in fase date in figura.



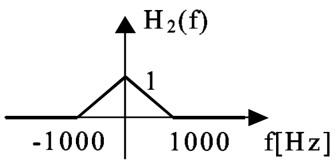


a) disegnare l'andamento del segnale x(t) nel tempo;
b) determinare l'andamento del segnale y(t) in uscita al sistema lineare stazionario.
c) Confrontare i due segnali x(t) e y(t) in ingresso e in uscita al sistema: qual'e' stato l'effetto del passaggio attraverso il sistema ?

Esercizio
Una linea di trasmissione di lunghezza 10 km, tra due punti A e B, introduce un'attenuazione (in potenza) di 3dB/km. Quanto vale il rapporto tra le potenze in A e in B, in unita' lineari.

Esercizio [sinc(t) ←Fourier→ rect(f)]
Si vuole traslare lo spettro del segnale x(t)=sinc(t) intorno alle frequenze (+/-) fo, con fo=5Hz.
Indicare con quale operazione, nel dominio del tempo, si ottiene la traslazione in frequenza richiesta, e rappresentare graficamente l'andamento nel tempo del segnale con lo spettro traslato.

Esercizio [B sinc^2(tB) ←Fourier→ tri(f/B)=(1-|f|/B)rect(f/2B)]
Dato il filtro con risposta in frequenza $H_2(f)$, illustrata in figura, rappresentare graficamente l'uscita del sistema y(t) quando l'ingresso e' un impulso ideale x(t)=δ(t-to), con to=1ms.



Esercizio
Il segnale $x(t) = 4\cos(400\pi t) + 100\,\mathrm{sinc}\left(\frac{t}{100}\right)$ entra nel sistema lineare tempo invariante con risposta in frequenza $H(f) = \cos\left(\frac{\pi f}{200}\right) rect\left(\frac{f}{200}\right)$.

a) rappresentare graficamente la trasformata di Fourier del segnale x(t);
b) rappresentare graficamente la risposta in ampiezza e la risposta in fase del sistema;
c) rappresentare la trasformata di Fourier del segnale y(t) all'uscita dal sistema e confrontarla con quella del segnale in ingresso.

Esercizio

Un segnale sinusoidale con ampiezza A=2 [Volt], frequenza fo=10[Hz], e fase $\phi=\pi/4$ [rad], passa attraverso una linea di trasmissione lunga 13km, che introduce un'attenuazione di 2 dB/km. Determinare la potenza del segnale sinusoidale all'ingresso della linea e il rapporto tra la potenza in ingresso e quella in uscita.

Esercizio

Un sistema lineare e stazionario trasforma un qualsiasi ingresso x(t) nell'uscita y(t)=3x(t-to), con to=10 ms. Determinare la risposta all'impulso del sistema h(t) e la sua risposta in frequenza H(f), rappresentandone il modulo e la fase.

Esercizio

Un sistema lineare tempo invariante e' caratterizzato da una risposta all'impulso

$$h(t) = 2rect\left(\frac{t-0.0005}{0.001}\right).$$

- Disegnare h(t);
- determinare l'espressione analitica della risposta in frequenza H(f) del sistema e disegnarne il modulo |H(f)|.
- Determinare l'uscita y(t) del sistema quando il segnale in ingresso e' $x(t) = 4\cos(1000\pi t) - 2\cos(2000\pi t)$.
- Fare il grafico di y(t);
- calcolare energia, valor medio e potenza di y(t).
- Il sistema ha introdotto distorsione sul segnale in ingresso ?

Esercizio

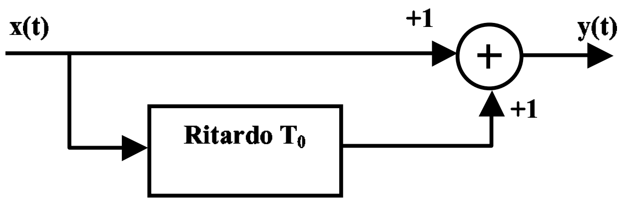
Dato il sistema con risposta all'impulso h(t) specificata nell'esercizio precedente, determinare l'uscita y(t) del sistema quando l'ingresso vale $x(t) = rect\left(\frac{t}{0.001}\right)$, e farne il grafico.

Esercizio

Un segnale con potenza P_1=13 dBm entra in una linea di trasmissione lunga 10km che introduce un'attenuazione di 2 dB/km e poi passa in un amplificatore con guadagno di 10 dB. Determinare la potenza P_2 del segnale in uscita all'amplificatore in unita' logaritmiche e lineari.

Esercizio

Un collegamento in ponte radio può essere modellizzato con il seguente sistema lineare:

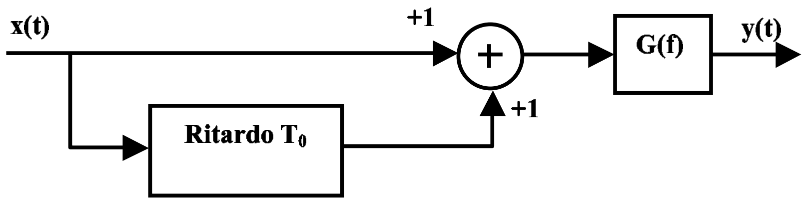


a) Determinare la risposta in frequenza $H(f)=Y(f)/X(f)$
b) Disegnare il modulo della risposta in frequenza
c) Calcolare la fase della risposta in frequenza per $1/(2T_0)<f<(3/2T_0)$ (si ricordi che la fase di un numero reale negativo vale π)
d) Assumendo che $T_0=10^{-7}$ *sec* calcolare il segnale in uscita $y_1(t)$ quando il segnale in ingresso è $x_1(t)=\cos 2\pi f_c t$ con $f_c=10MHz$

Assumendo che $T_0=10^{-7}$ *sec* calcolare il segnale in uscita $y_2(t)$ quando il segnale in ingresso è $x_2(t)=(1+\cos(2\pi f_2 t))\cdot\cos 2\pi f_c t$ con $f_c=10MHz$ e $f_2=1MHz$ (si ricordi che $\cos\alpha\cdot\cos\beta=1/2[\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)]$)

Esercizio

È dato il seguente sistema lineare:



dove $G(f)=\text{rect}((f-f_c)/B)+\text{rect}((f+f_c)/B)$, con $B=1/T_0$ e $f_c=3/T_0$.

Assumendo che il segnale in ingresso $x(t)$ sia un rumore bianco con densità spettrale di potenza $S_x(f)=N$ *w/Hz*:

a) Calcolare la risposta in ampiezza del sistema $|H(f)|=|Y(f)/X(f)|$

b) Calcolare la densità spettrale di potenza del segnale $y(t)$.