Compito scritto di Controlli Automatici – 7 Luglio 2001

Diplomi di Ingegneria Informatica con didattica a distanza

ISTRUZIONI PER L'ESAME :

1. Tempo a disposizione: 2h
2. Il compito è formato dal problema "A" suddiviso in A.1 (punti 7 circa) e A.2 (punti 7 circa) e dal problema "B" suddiviso in B.1 (punti 7 circa) e B.2 (punti 9 circa)
3. Non è consentito consultare libri e/o appunti
4. E' consentito utilizzare la calcolatrice scientifica

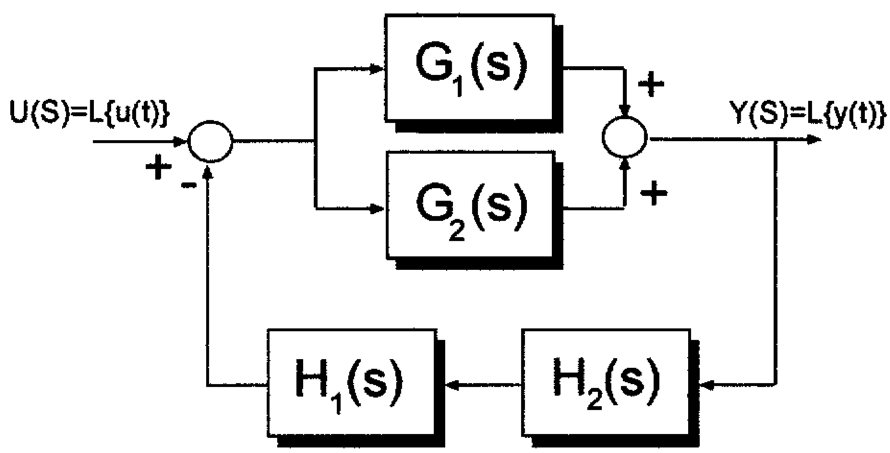
Buon Lavoro!

Compito scritto di Controlli Automatici – 7 Luglio 2001

Diplomi di Ingegneria Informatica con didattica a distanza

PROBLEMA "A"

Si consideri il seguente sistema dinamico:



A.1) Posto $G_1(s) = \frac{1}{1+s}$, $G_2(s) = \frac{2}{1+10s}$, $H_1(s) = \frac{1}{1+4s}$, $H_2(s) = 1+3s$,
si determini la funzione di trasferimento complessiva $G_o(s)$ di tutto il sistema che ha come ingresso il segnale u(t) e come uscita il segnale y(t). Calcolare poi la risposta del sistema y(t) a regime, quando in ingresso è applicata una eccitazione sinusoidale $u(t) = 2sen(\frac{t}{\sqrt{2}})$.
(Suggerimento: si utilizzi la funzione di risposta armonica del sistema)

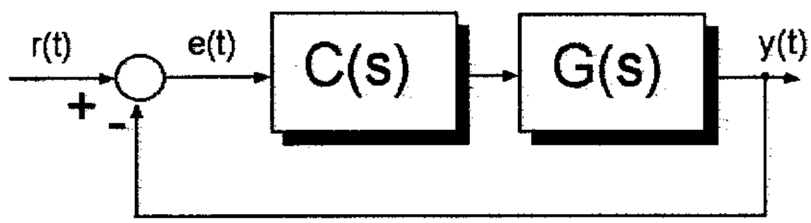
A.2) Posto $G_1(s) = \frac{K}{(s^2+1)(s+10)^2}$, $G_2(s) = 0$, $H_1(s) = (s-1)$, $H_2(s) = 1$,
si tracci il luogo delle radici al variare del parametro positivo K del sistema complessivo $G_o(s)$.

Compito scritto di Controlli Automatici – 7 Luglio 2001

Diplomi di Ingegneria Informatica con didattica a distanza

PROBLEMA "B"

Si consideri il seguente sistema dinamico mostrato in figura:



B.1) Sia C(s) un controllore di tipo integrale con C(s)=$\frac{K}{s}$ e G(s)=$\frac{1}{(s^2+2s+17)(s+3)}$.

Si determini l'insieme dei valori di K che garantiscono la stabilità asintotica dell'intero sistema retroazionato. Si determini per quale valore di K il sistema presenta due poli dominanti puramente immaginari e si determini infine per quali valori di K il sistema presenta un errore in risposta alla rampa unitaria minore di 3.

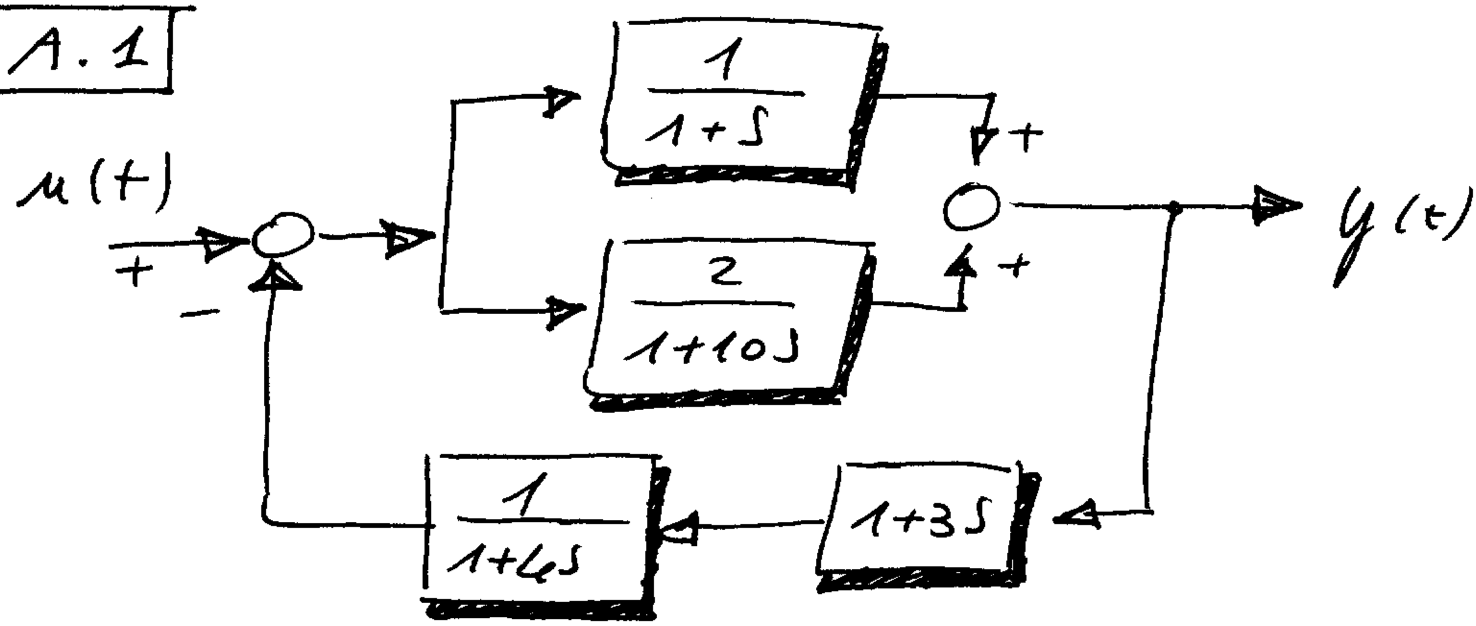
B.2) La funzione di trasferimento dell'impianto G(s) sia data da G(s)=$\frac{10}{(s+1)(s^2+6s+10)}$ mentre per il controllore C(s) si utilizzi una rete anticipatrice del tipo C(s)=$K\cdot\frac{1+\tau s}{1+\alpha\tau s}$.

- Ponendo $\tau=0$ si tracci il diagramma di Nyquist approssimato del guadagno d'anello C(s)G(s) del sistema, determinando i valori di K che garantiscono margine di ampiezza M_A=6dB.

- Ponendo K=20 si determinino i parametri α e τ della rete che garantiscono la stabilità del sistema.

TRACCIA DELLA SOLUZIONE DEL COMPITO
DI CONTROLLI AUTOMATICI 7/7/01 – CONSORZIO NETTUNO

A.1



$$G_0(s) = \frac{\left(\frac{1}{1+s} + \frac{2}{1+10s}\right)}{1 + \left(\frac{1}{1+s} + \frac{2}{1+10s}\right)\left(\frac{1+3s}{1+4s}\right)} =$$

$$= \frac{\left(\frac{3}{4}\right)(1+4s)}{\left(1 + 5s + \frac{5}{2}s^2\right)}$$

$$G_0(j\omega) = \frac{\left(\frac{3}{4}\right)(1+j4\omega)}{\left(1-\frac{5}{2}\omega^2\right) + j5\omega}$$

$$|G_0(j\omega)| = \frac{3}{4}\,\frac{\sqrt{1+16\omega^2}}{\sqrt{\left(1-\frac{5}{2}\omega^2\right)^2 + 25\omega^2}}$$

$$\angle G_0(j\omega) = \operatorname{arctg} 4\omega - \operatorname{arctg}\left(\frac{5\omega}{1-\frac{5}{2}\omega^2}\right)$$

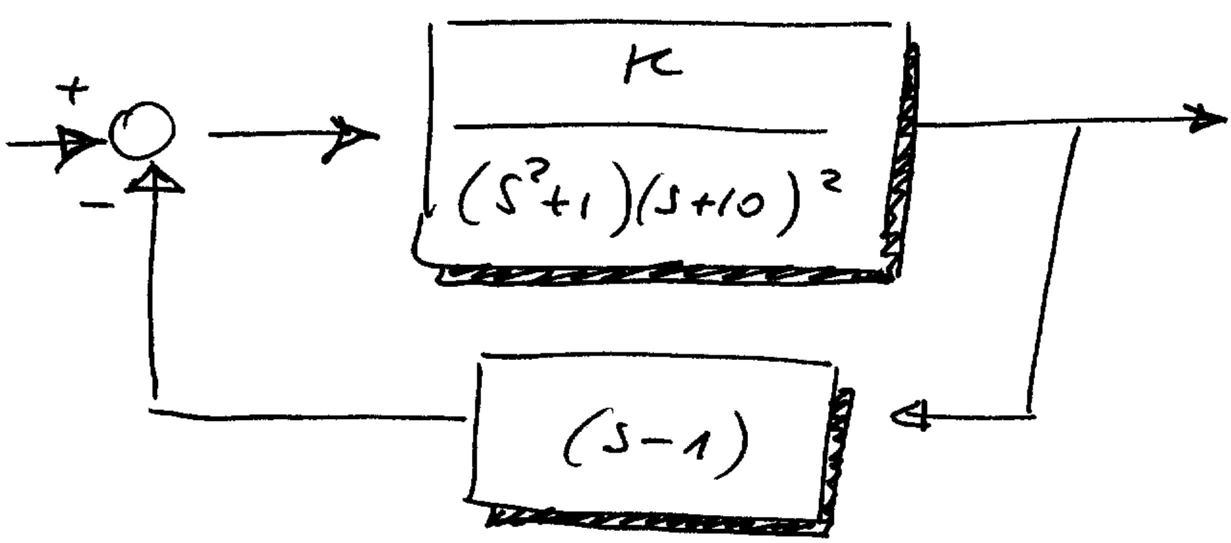
$$\left|G_0\left(j\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right| = \frac{3}{4}\cdot\frac{\sqrt{1+\frac{16}{2}}}{\sqrt{\left(1-\frac{5}{4}\right)^2+\frac{25}{2}}} = \frac{9/4}{3,54}$$

$$\simeq 0,635$$

$$\angle G_0\left(j\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \operatorname{arctg}(2\sqrt{2}) + \operatorname{arctg}(10\sqrt{2}) \simeq 156$$

$$y(t) = 2\left|G_0\left(j\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right| \sin\left(\frac{t}{\sqrt{2}} + \angle G_0\left(j\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right)$$

$\boxed{A.2}$

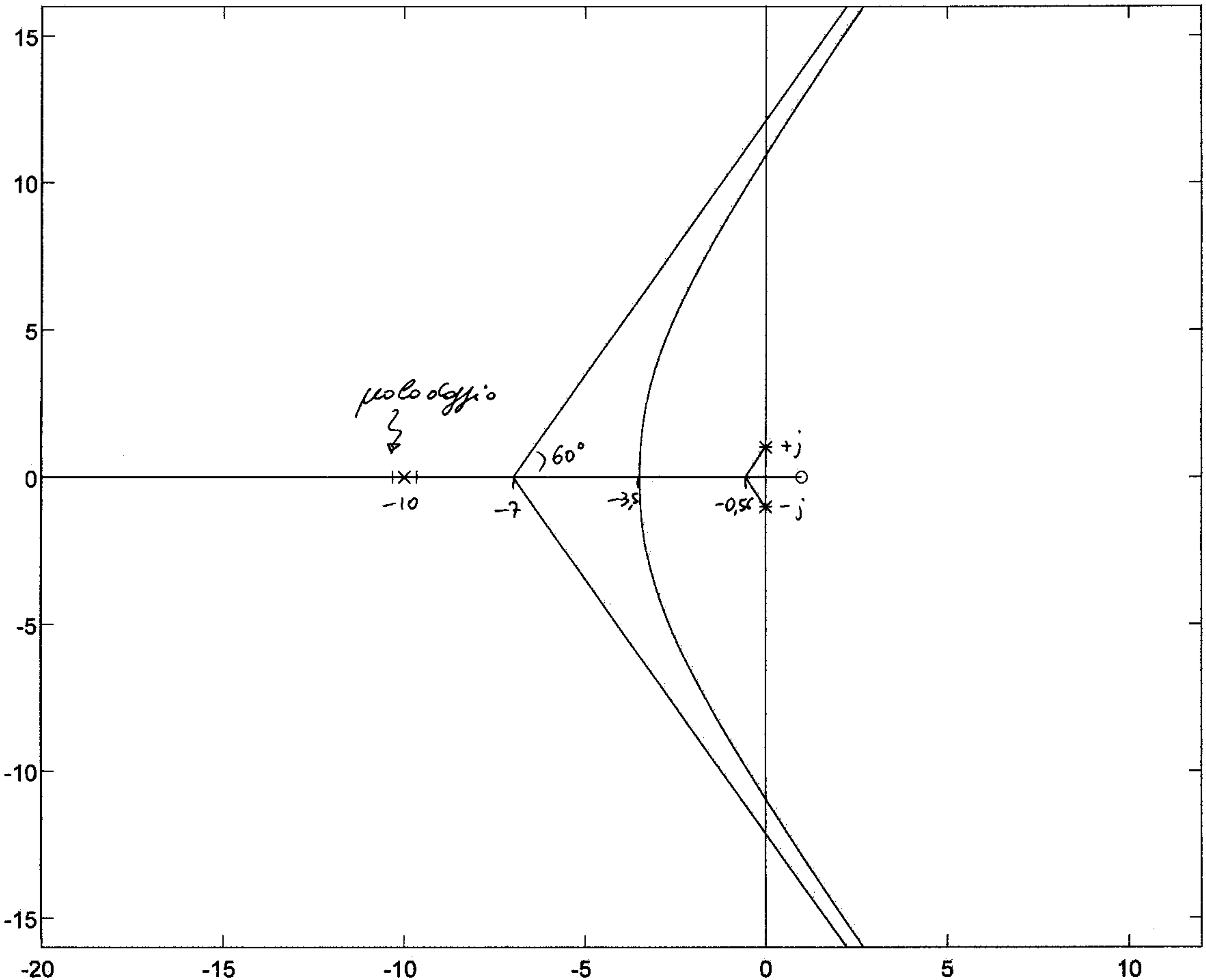


σ_0 (centro asintoti) $= \dfrac{1}{n-m}\left(\sum_i p_i - \sum z_i\right) =$

$$= \frac{1}{3}\left(-10-10-j+j-1\right) = -7$$

angoli asintoti $60°, 180°, 300°$

root locus

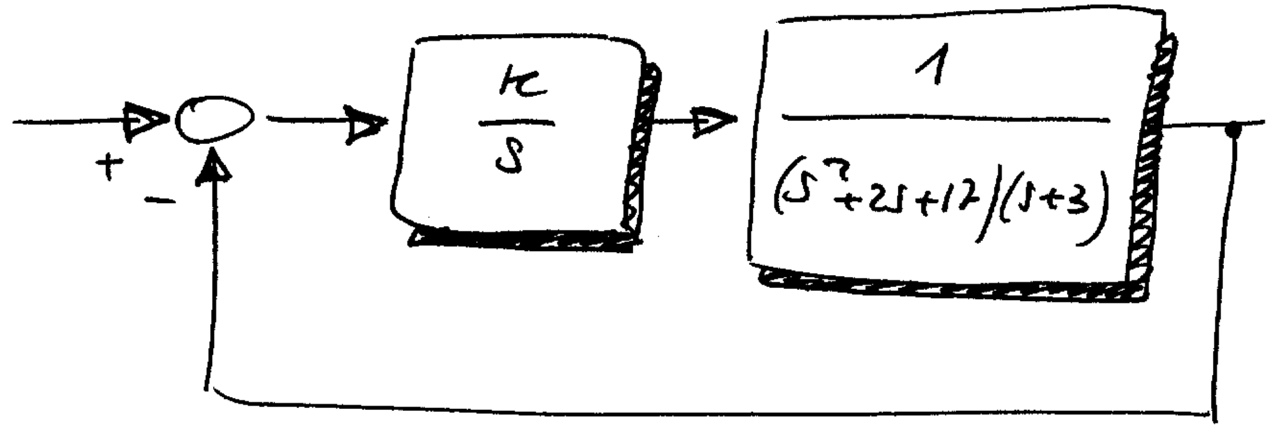


i p.ti di
dirama=
zione
per tentati=
vi:

−0,56

−3,5

B.1



eq.ne caratt.: $s(s^2+2s+17)(s+3)+k=0$

$$s(s^3+2s^2+17s+3s^2+6s+51)+k=0$$

$$s^4+5s^3+23s^2+51s+k=0$$

Si utilizza il criterio di Routh:

4	1	23	k
3	5	51	
2	64	5k	
1	$64\cdot 51-25k$		
0	5k		

$64\cdot 51-25k \rightarrow k < 130{,}5$

$5k \rightarrow k > 0$

$\left.\begin{matrix} k < 130{,}5 \\ k > 0 \end{matrix}\right\} \; 0 < k < 13$

$\tilde{k} = \frac{64\cdot 51}{25} \longrightarrow$ ho due poli immaginari puri

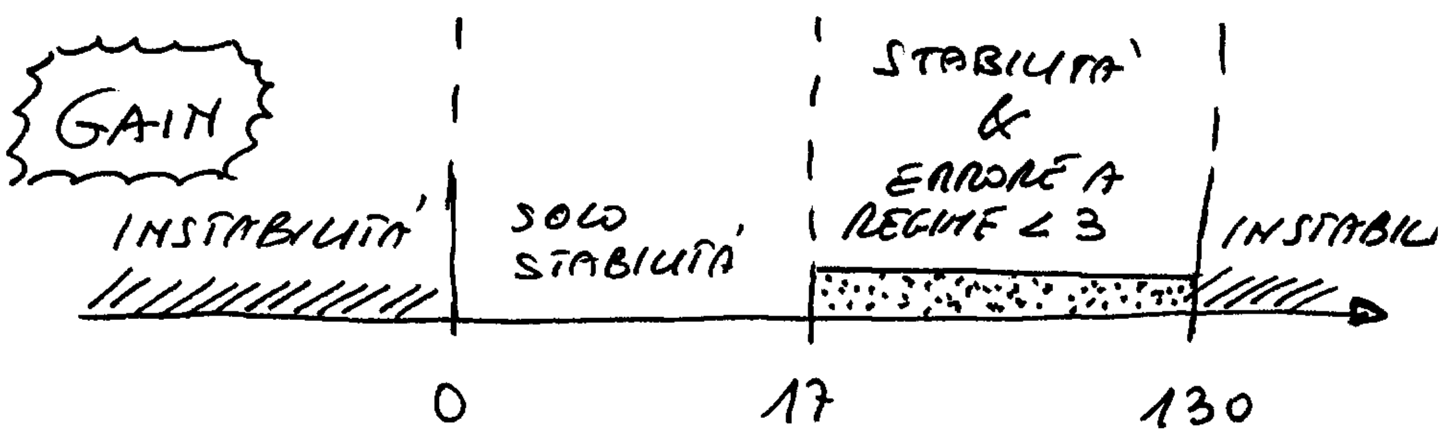
$$e_\infty = \lim_{s \to 0^+} s \cdot \frac{1}{s^2} \cdot \left(1 - G_0(s)\right) =$$

$$= \lim_{s \to 0^+} \frac{1}{s} \cdot \left(1 - \frac{K}{s(s^2+2s+17)(s+3)+K}\right) =$$

$$= \lim_{s \to 0^+} \frac{1}{\cancel{s}} \cdot \frac{\cancel{s}(s^2+2s+17)(s+3)}{s(s^2+2s+17)(s+3)+K} =$$

$$= \frac{17 \cdot 3}{K}$$

$$\frac{17 \cdot 3}{K} < 3 \implies K > 17$$



B.2

$$G(j\omega) = \frac{K}{(1+j\omega)\left(1+j\frac{3}{5}\omega-\frac{1}{10}\omega^2\right)} =$$

$$= \frac{K}{(1+j\omega)\left(\left(1-\frac{\omega^2}{10}\right)+j\frac{3}{5}\omega\right)}$$

$$|G(j\omega)| = \frac{K}{\sqrt{1+\omega^2}\sqrt{\left(1-\frac{\omega^2}{10}\right)^2+\frac{9}{25}\omega^2}}$$

$$\angle G(j\omega) = -\operatorname{arctg}(\omega) - \operatorname{arctg}\left(\frac{\frac{3}{5}\omega}{1-\frac{\omega^2}{10}}\right)$$

$$\lim_{\omega\to 0^+} |G(j\omega)| = K$$

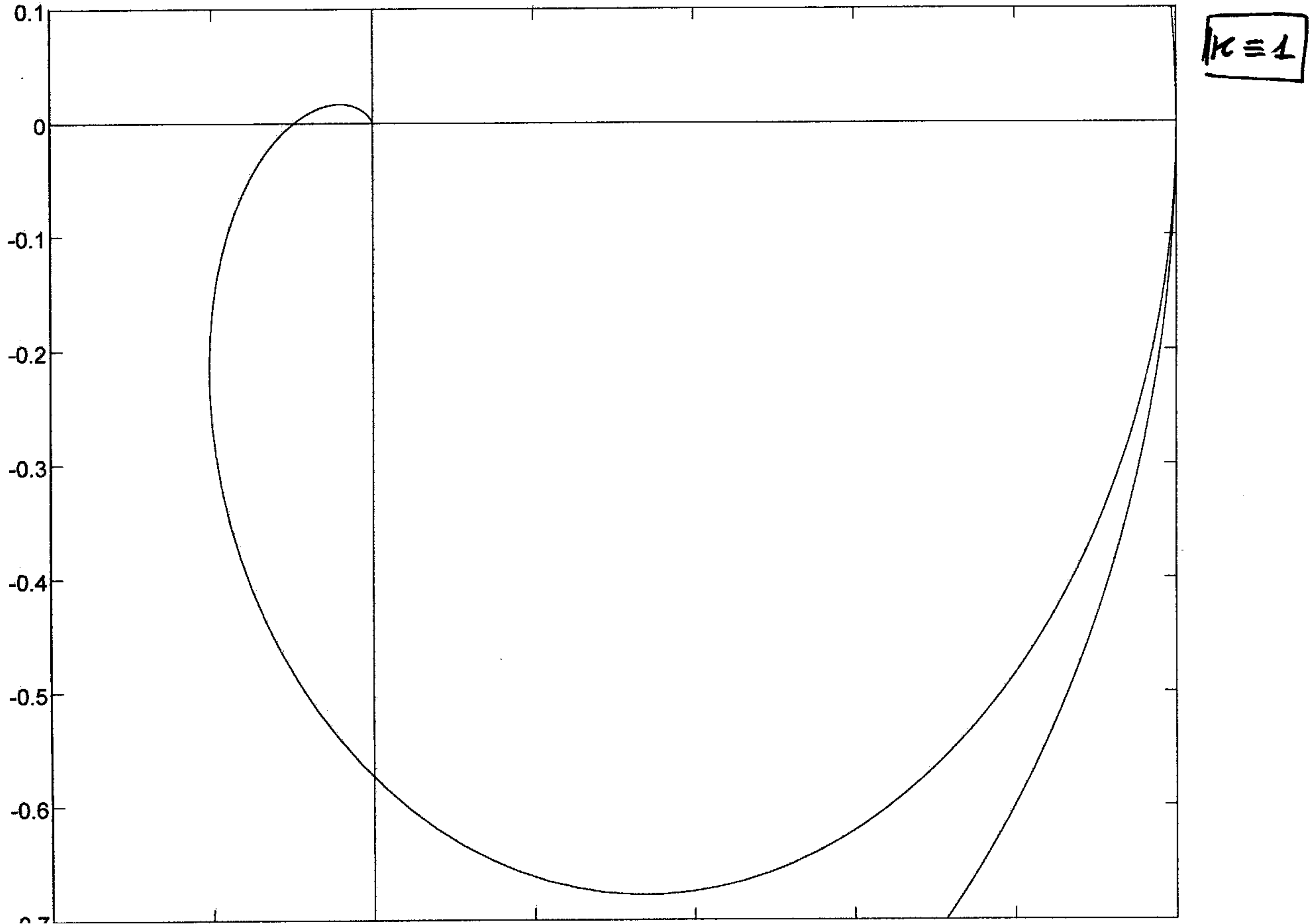
$$\lim_{\omega\to +\infty} |G(j\omega)| = 0$$

per ω piccolo $(\operatorname{arctg}\alpha \approx \alpha)$ $\angle G(j\omega) \approx -\omega - \frac{3}{5}\omega$

$\Longrightarrow$ parte scendendo nel secondo quadrante

$$\lim_{\omega\to+\infty} \angle G(j\omega) = \underset{\substack{\uparrow\\ \text{occhio al segno meno!}}}{-\pi} - \frac{\pi}{2} - 0 = -\frac{3}{2}\pi$$

nyquist diagram



$M_A = 6\,dB \iff \left| G(j\tilde{\omega}) \right| \equiv \frac{1}{2}$

dove $\tilde{\omega}$ è la frequenz[a]
tale che: $\angle G(j\tilde{\omega}) = -18[0]$

$\mathrm{Im}\; G(j\omega) \equiv 0$

$\Rightarrow \quad (1 - j\omega)\cdot\left(\left(1 - \frac{\omega^2}{10}\right) - j\frac{3}{5}\omega\right)$

$\Rightarrow \quad \boxed{-j\omega\left(1 - \frac{\omega^2}{10}\right) - j\frac{3}{5}\omega \equiv 0}$

$\left(1 - \frac{\omega^2}{10}\right) + \frac{3}{5}\,6 = 0$

$\frac{8}{5} = \frac{\omega^2}{10} \Rightarrow \omega = \sqrt{2\cdot 8} = 4$

$\boxed{\tilde{\omega} = 4}$ rad/s

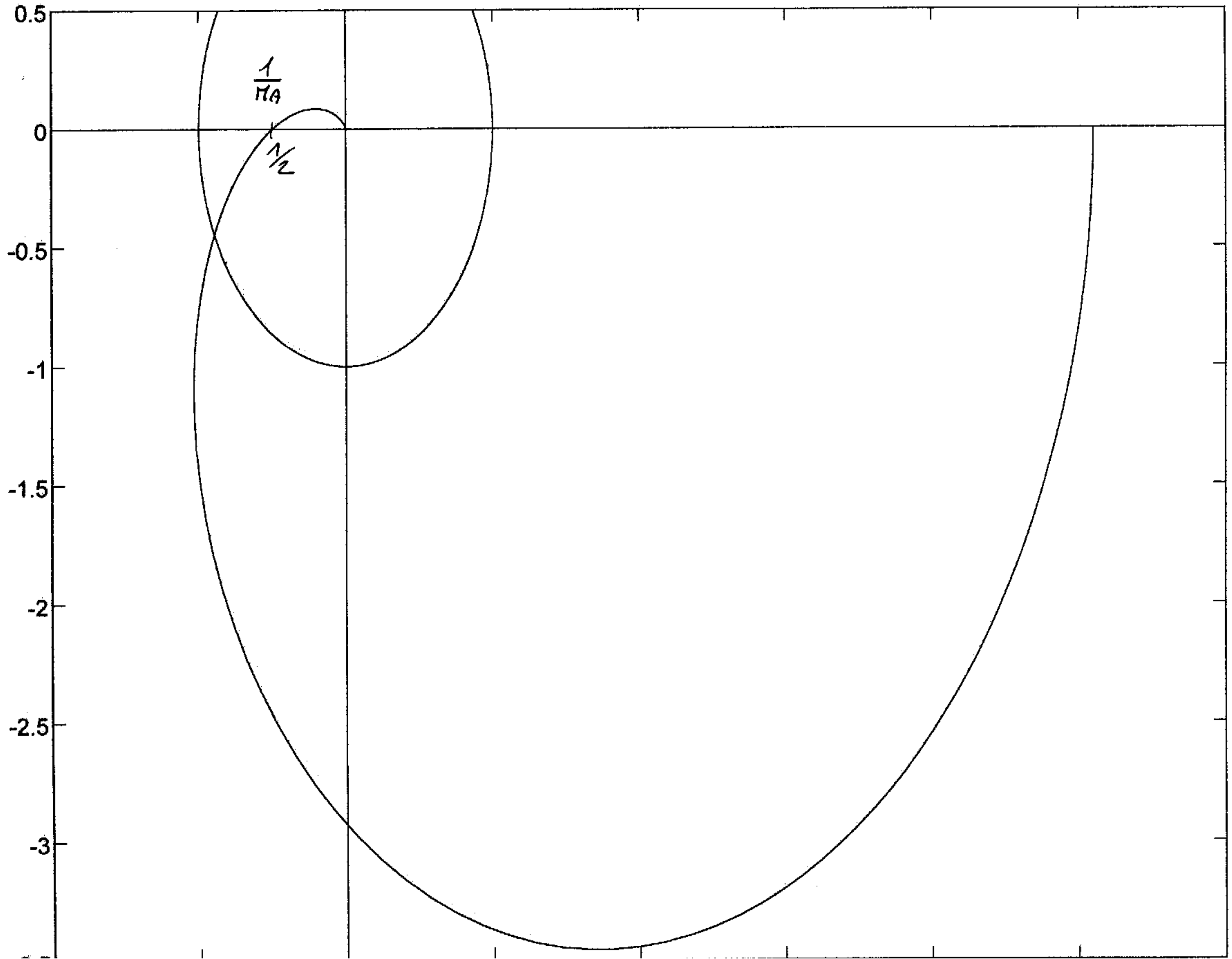
$\left| G(j4) \right| \equiv \frac{1}{2}$

$$\frac{K}{\sqrt{17}\,\sqrt{\left(1 - \frac{16}{10}\right)^2 + \frac{9}{25}\cdot 16}} = \frac{1}{2}$$

$K = 5,1$

$\boxed{K_C = 5,1}$

nyquist diagram



$K = 20 \quad \tau ? \; \alpha ?$

si utilizza una cancellazione

polo-zero:

ponendo $\tau = 1$

$$C(s)\,G(s) = \frac{\cancel{1+s}}{1+\alpha s} \cdot \frac{200}{\cancel{(1+s)}\cdot 10\left(1+\frac{3}{5}s+\frac{1}{10}s^2\right)}$$

$$= \frac{20}{(1+\alpha s)(1+0{,}6s+0{,}1s^2)}$$

stabilità del sistema utilizzando

Routh:

eq. caratteristica:

$$(1+\alpha s)(1+0{,}6s+0{,}1s^2)+20=0$$

$$0{,}1\alpha s^3+0{,}1s^2+0{,}6\alpha s^2+0{,}6s+\alpha s+1+20=0$$

$$0{,}1\tau s^3+(0{,}1+0{,}6\alpha)s^2+(0{,}6+\alpha)s+21=0$$

$$\begin{array}{c|lll}
3 & 0{,}1\alpha & 0{,}6+\alpha & \longrightarrow \quad \alpha>0 \\
2 & 0{,}1+0{,}6\alpha & 21 & \longrightarrow \quad \alpha>-\frac{1}{6} \\
1 & (0{,}1+0{,}6\alpha)(0{,}6+\alpha)-21\cdot 0{,}1\alpha & & \longrightarrow \alpha_{1,2} \left\langle \begin{array}{l} 0{,}032 \\ \cancel{2{,}69} \\ \text{non acc.} \end{array}\right. \\
0 & 21 & &
\end{array}$$

QUINDI $\boxed{\alpha \approx 0{,}03}$ $C(s)=\left(\frac{1+s}{1+0{,}03s}\right)$