A - Test d'ingresso alla Prova Scritta di Controlli Automatici A del 31 Ottobre 2003

1) Dato un sistema dinamico Σ con funzione di trasferimento $T(s)=\dfrac{(s+1)\left[(s-1)^2+3\right]}{s^3\left[(s+1)^2+9\right]}$ scrivere i modi di Σ:

$\{\text{modi di }\Sigma\}=\{ \qquad \}$

2) Dato un sistema dinamico Σ con funzione di trasferimento $T(s)=\dfrac{(s^2+1)(s+10)}{(s+3)^4\left[(s+2)^2+2\right]^2 s}$ stabilire:

Σ è asintoticamente stabile: vero □ falso □ Σ è semplicemente stabile vero □ falso □
Σ è instabile: vero □ falso □ Σ è a fase minima: vero □ falso □
Σ è stabile ingresso-limitato uscita limitata: vero □ falso □

3) Un sistema dinamico Σ ha il polinomio caratteristico $s^2+27s+\sqrt{7}$ stabilire:
Σ è stabile ingresso-limitato uscita limitata: vero □ falso □ Σ è asintoticamente stabile vero □ falso □
Σ è a fase minima: vero □ falso □ non è possibile stabilirlo □

4) Ad un sistema dinamico in quiete con funzione di trasferimento $\dfrac{8}{(s+2)(s+4)}$ viene applicato l'ingresso $u(t)=1(t)$ (gradino unitario). L'uscita corrispondente ha la struttura $y(t)=A+Be^{-2t}+e^{-4t}$ per $t\geq 0$. Determinare le costanti
$A=$ $B=$

5) Un sistema in retroazione unitaria ha guadagno di anello $L(s)=\dfrac{5(s+1)}{s^2}$. Applicando il segnale di riferimento $r(t)=\dfrac{1}{2}t^2 1(t)$ (parabola unitaria) si determini l'errore di regolazione a regime: $\lim\limits_{t\to+\infty} e(t)=$ $\left(e(t)\triangleq r(t)-y(t) \right)$

6) Un sistema retroazionato è asintoticamente stabile. Il diagramma polare del guadagno di anello associato ha quattro intersezioni con l'asse reale negativo in $-0,2 \quad -2 \quad -4 \quad -10$. Determinare il margine di ampiezza
$M_A=$

7) Determinare il segnale $f(t)$ nota la sua trasformata di Laplace $F(s)=\dfrac{1}{s^4}$: $f(t)=$

8) Data un sistema con funzione di trasferimento $\dfrac{s+5}{(s+6)\left[(s+2)^2+5\right]}$ determinare il suo grado di stabilità ed il tempo di assestamento in risposta ad un gradino dell'ingresso: $G_S=$ $T_a=$

9) Dato un sistema rappresentato dall'eq. differenziale $\left(D^3+4D^2+3D+5\right)y=2u$ dove $u(t)$ è l'ingresso e $y(t)$ è l'uscita stabilire:
Se $u(t)\in C^0 \Rightarrow y(t)\in C^2$ vero □ falso □ Se $u(t)\in C^0 \Rightarrow y(t)\in C^3$ vero □ falso □
Se $u(t)\in C^1 \Rightarrow y(t)\in C^5$ vero □ falso □ Se $u(t)\in C^6 \Rightarrow y(t)\in C^1$ vero □ falso □

10) Dato il luogo delle radici di equazione caratteristica $1+K_1\dfrac{1}{s(s+10)}=0$ con K_1 positivo determinare il centro della stella degli asintoti: $\sigma_a=$; è possibile assegnare un valore di K_1 per il quale il grado di stabilità corrispondente è maggiore di 6 rad/s: vero □ falso □ non è possibile stabilirlo □

B - Test d'ingresso alla Prova Scritta di Controlli Automatici A del 31 Ottobre 2003

1) Dato un sistema dinamico Σ con funzione di trasferimento $T(s)=\dfrac{(s+2)\left[(s-2)^2+5\right]}{(s+1)^4\left[(s-1)^2+4\right]}$ scrivere i modi di Σ:

$\{\text{modi di }\Sigma\}=\{ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \}$

2) Dato un sistema dinamico Σ con funzione di trasferimento $T(s)=\dfrac{(s^2-1)(s+11)}{(s+7)^4\left[s^2+5\right]^2}$ stabilire:

Σ è asintoticamente stabile: vero □ falso □ $\qquad$ Σ è semplicemente stabile vero □ falso □
Σ è instabile: vero □ falso □ $\qquad$ Σ è a fase minima: vero □ falso □
Σ è stabile ingresso-limitato uscita limitata: vero □ falso □

3) Un sistema dinamico Σ ha il polinomio caratteristico $s^2-17s+\sqrt{6}$ stabilire:
Σ è stabile ingresso-limitato uscita limitata: vero □ falso □ $\qquad$ Σ è asintoticamente stabile vero □ falso □
Σ è a fase minima: vero □ falso □ non è possibile stabilirlo □

4) Ad un sistema dinamico in quiete con funzione di trasferimento $\dfrac{12}{(s+2)(s+6)}$ viene applicato l'ingresso $u(t)=2\cdot 1(t)$ (gradino). L'uscita corrispondente ha la struttura $y(t)=A+Be^{-2t}+e^{-6t}$ per $t\geq 0$. Determinare le costanti
$A=$ $\qquad\qquad$ $B=$

5) Un sistema in retroazione unitaria ha guadagno di anello $L(s)=\dfrac{6}{s}$. Applicando il segnale di riferimento $r(t)=t\cdot 1(t)$ (rampa unitaria) si determini l'errore di regolazione a regime: $\lim_{t\to\infty}e(t)=$ $\qquad\qquad$ $\left(e(t)\triangleq r(t)-y(t)\right)$

6) Un sistema retroazionato è asintoticamente stabile. Il diagramma polare del guadagno di anello associato ha quattro intersezioni con l'asse reale negativo in $-0,25\quad -3\quad -4\quad -9$. Determinare il margine di ampiezza
$M_A=$

7) Determinare la seguente antitrasformata di Laplace $L^{-1}\left[\dfrac{4}{s^2+4}\right]=$

8) Dato un sistema con funzione di trasferimento $\dfrac{s+6}{(s+12)\left[(s+3)^2+4\right]}$ determinare il suo grado di stabilità ed il tempo di assestamento in risposta ad un gradino dell'ingresso: $\quad G_S=$ $\qquad\qquad$ $T_a=$

9) Dato un sistema rappresentato dall'eq. differenziale $\left(D^3+5D^2+2D+1\right)y=3u$ dove $u(t)$ è l'ingresso e $y(t)$ è l'uscita stabilire:
Se $u(t)\in C^0\Rightarrow y(t)\in C^2$ vero □ falso □ $\qquad$ Se $u(t)\in C^0\Rightarrow y(t)\in C^3$ vero □ falso □
Se $u(t)\in C^2\Rightarrow y(t)\in C^6$ vero □ falso □ $\qquad$ Se $u(t)\in C^4\Rightarrow y(t)\in C^1$ vero □ falso □

10) Dato il luogo delle radici di equazione caratteristica $1+K_1\dfrac{1}{s(s+8)}=0$ con K_1 positivo determinare il centro della stella degli asintoti: $\quad\sigma_a=$ $\qquad\qquad$; è possibile assegnare un valore di K_1 per il quale il grado di stabilità corrispondente è maggiore di 5 rad/s: vero □ falso □ non è possibile stabilirlo □

Università di Parma – Facoltà di Ingegneria

Prova Scritta di Controlli Automatici A del 31 Ottobre 2003

PARTE A

A1) Si consideri il sistema

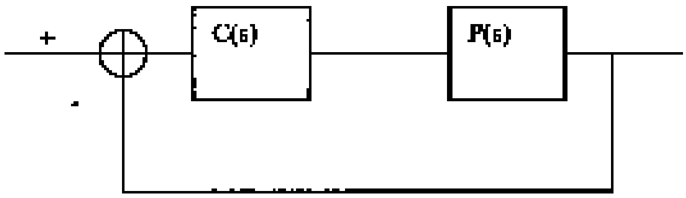
$$P(s) = \frac{1}{(s+10)(s+2)}$$

e la rete ad anticipo

$$C(s) = k\frac{1+\tau s}{1+\alpha\tau s},$$

collegati in retroazione come indicato. Facendo uso di una cancellazione polo-zero, determinare i parametri $k > 0$, $\tau > 0$, $0 < \alpha < 1$ in modo che le seguenti due specifiche siano soddisfatte

1- errore a regime in risposta al gradino unitario pari al 10%;
2- margine di fase pari a 60°.



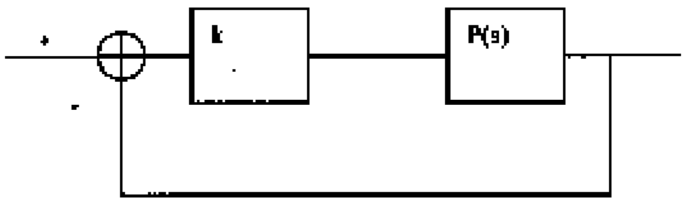
A2) Si consideri il sistema

$$P(s) = \frac{s+2}{(s+5)(s+1)(s-1)}$$

collegato con un controllore proporzione di guadagno $k \in \mathbf{R}$ come in figura.
Determinare l'insieme dei valori di k per cui

$$G_s \geq 1\,\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

dove G_s è il grado di stabilità.



Università di Parma – Facoltà di Ingegneria

Prova Scritta di Controlli Automatici A del 31 Ottobre 2003

PARTE B

B1) Dato un sistema retroazionato con guadagno di anello

$$L(s) = 50\frac{(s+1)^2}{s^3(s+10)}$$

1. Tracciare il diagramma polare di $L(j\omega)$ determinando le eventuali intersezioni con l'asse reale.
2. Studiare la stabilità del sistema retroazionato con il Criterio di Nyquist.

B2) Descrivere il progetto frequenziale con specifica sul **margine di ampiezza** di una rete a ritardo e anticipo. In particolare si definisca la struttura parametrica di tale rete e si illustri con i diagrammi di Bode e Nyquist il progetto.

Università di Parma – Facoltà di Ingegneria

Prova Scritta di Controlli Automatici A del 31 Ottobre 2003

PARTE C

C1) Si tracci il luogo delle radici della seguente equazione caratteristica:

$$1+K_1\frac{s(s+4)}{(s-4)^3}$$

per $K_1 \in [0,+\infty)$ e per $K_1 \in (-\infty,0]$, determinandone in particolare asintoti e radici doppie.

C2) Si esponga il metodo delle formule di inversione per la sintesi della rete ritardatrice con imposizione del margine di fase M_F .

A - Test d'ingresso alla Prova Scritta di Controlli Automatici A del 31 Ottobre 2003

1) Dato un sistema dinamico Σ con funzione di trasferimento $T(s)=\dfrac{(s+1)\left[(s-1)^2+3\right]}{s^3\left[(s+1)^2+9\right]}$ scrivere i modi di Σ:

$\{\text{modi di } \Sigma\}=\{1,t,t^2,e^{-t}\sin(3t+\varphi)\}$

2) Dato un sistema dinamico Σ con funzione di trasferimento $T(s)=\dfrac{(s^2+1)(s+10)}{(s+3)^4\left[(s+2)^2+2\right]^2 s}$ stabilire:

Σ è asintoticamente stabile: vero ☐ falso x☐

Σ è semplicemente stabile vero x☐ falso ☐

Σ è instabile: vero ☐ falso x☐

Σ è a fase minima: vero x☐ falso ☐

Σ è stabile ingresso-limitato uscita limitata: vero ☐ falso x☐

3) Un sistema dinamico Σ ha il polinomio caratteristico $s^2+27s+\sqrt{7}$ stabilire:

Σ è stabile ingresso-limitato uscita limitata: vero x☐ falso ☐

Σ è asintoticamente stabile vero x☐ falso ☐

Σ è a fase minima: vero ☐ falso ☐ non è possibile stabilirlo ☐x

4) Ad un sistema dinamico in quiete con funzione di trasferimento $\dfrac{8}{(s+2)(s+4)}$ viene applicato l'ingresso $u(t)=1(t)$ (gradino unitario). L'uscita corrispondente ha la struttura $y(t)=A+Be^{-2t}+e^{-4t}$ per $t\geq 0$.

Determinare le costanti $A=1$ $B=-2$

5) Un sistema in retroazione unitaria ha guadagno di anello $L(s)=\dfrac{5(s+1)}{s^2}$. Applicando il segnale di riferimento $r(t)=\dfrac{1}{2}t^2 1(t)$ (parabola unitaria) si determini l'errore di regolazione a regime:

$\lim_{t\to+\infty} e(t)=\dfrac{1}{5}$ $\quad\left(e(t)\triangleq r(t)-y(t)\right)$

6) Un sistema retroazionato è asintoticamente stabile. Il diagramma polare del guadagno di anello associato ha quattro intersezioni con l'asse reale negativo in $-0,2$ $\;-2$ $\;-4$ $\;-10$. Determinare il margine di ampiezza

$M_A=2$

7) Determinare il segnale $f(t)$ nota la sua trasformata di Laplace $F(s)=\dfrac{1}{s^4}$: $\quad f(t)=\dfrac{1}{6}t^3$

8) Data un sistema con funzione di trasferimento $\dfrac{s+5}{(s+6)\left[(s+2)^2+5\right]}$ determinare il suo grado di stabilità ed il tempo di assestamento in risposta ad un gradino dell'ingresso: $G_S=2$ $\quad T_a=\dfrac{3}{2}$

9) Dato un sistema rappresentato dall'eq. differenziale $\left(D^3+4D^2+3D+5\right)y=2u$ dove $u(t)$ è l'ingresso e $y(t)$ è l'uscita stabilire:

Se $u(t)\in C^0 \Rightarrow y(t)\in C^2$ vero x☐ falso ☐

Se $u(t)\in C^0 \Rightarrow y(t)\in C^3$ vero x☐ falso ☐

Se $u(t)\in C^1 \Rightarrow y(t)\in C^5$ vero ☐ falso x☐

Se $u(t)\in C^6 \Rightarrow y(t)\in C^1$ vero x☐ falso ☐

10) Dato il luogo delle radici di equazione caratteristica $1+K_1\dfrac{1}{s(s+10)}=0$ con K_1 positivo determinare il centro della stella degli asintoti: $\sigma_a=-5$; è possibile assegnare un valore di K_1 per il quale il grado di stabilità corrispondente è maggiore di 6 rad/s : vero ☐ falso ☐x non è possibile stabilirlo

B - Test d'ingresso alla Prova Scritta di Controlli Automatici A del 31 Ottobre 2003

1) Dato un sistema dinamico Σ con funzione di trasferimento $T(s)=\dfrac{(s+2)\left[(s-2)^2+5\right]}{(s+1)^4\left[(s-1)^2+4\right]}$ scrivere i modi di Σ:

$\{\text{modi di }\Sigma\}=\left\{e^{-t}, te^{-t}, t^2e^{-t}, t^3e^{-t}, e^{t}\sin(2t+\varphi)\right\}$

2) Dato un sistema dinamico Σ con funzione di trasferimento $T(s)=\dfrac{(s^2-1)(s+11)}{(s+7)^4\left[s^2+5\right]^2}$ stabilire:

Σ è asintoticamente stabile: vero □ falso x□ Σ è semplicemente stabile vero falso x
Σ è instabile: vero x□ falso Σ è a fase minima: vero □ falso x□
Σ è stabile ingresso-limitato uscita limitata: vero □ falso x□

3) Un sistema dinamico Σ ha il polinomio caratteristico $s^2-17s+\sqrt{6}$ stabilire:
Σ è stabile ingresso-limitato uscita limitata: vero □ falso x□ Σ è asintoticamente stabile vero □ falso x□
Σ è a fase minima: vero □ falso □ non è possibile stabilirlo □x

4) Ad un sistema dinamico in quiete con funzione di trasferimento $\dfrac{12}{(s+2)(s+6)}$ viene applicato l'ingresso

$u(t)=2\cdot 1(t)$ (gradino). L'uscita corrispondente ha la struttura $y(t)=A+Be^{-2t}+e^{-6t}$ per $t\geq 0$. Determinare le costanti $A=2$ $B=-3$

5) Un sistema in retroazione unitaria ha guadagno di anello $L(s)=\dfrac{6}{s}$. Applicando il segnale di riferimento

$r(t)=t\cdot 1(t)$ (rampa unitaria) si determini l'errore di regolazione a regime:

$\lim\limits_{t\to+\infty} e(t)=\dfrac{1}{6}$ $\left(e(t)\triangleq r(t)-y(t) \right)$

6) Un sistema retroazionato è asintoticamente stabile. Il diagramma polare del guadagno di anello associato ha quattro intersezioni con l'asse reale negativo in $-0,25$ -3 -4 -9. Determinare il margine di ampiezza
$M_A=3$

7) Determinare la seguente antitrasformata di Laplace $L^{-1}\left[\dfrac{4}{s^2+4}\right]=\sin(2t)$

8) Data un sistema con funzione di trasferimento $\dfrac{s+6}{(s+12)\left[(s+3)^2+4\right]}$ determinare il suo grado di stabilità ed il

tempo di assestamento in risposta ad un gradino dell'ingresso: $G_S=3$ $T_a=1$ [s]

9) Dato un sistema rappresentato dall'eq. differenziale $\left(D^3+5D^2+2D+1\right)y=3u$ dove $u(t)$ è l'ingresso e $y(t)$ è l'uscita stabilire:

Se $u(t)\in C^0\Rightarrow y(t)\in C^2$ vero □x falso □ Se $u(t)\in C^0\Rightarrow y(t)\in C^3$ vero □x falso □
Se $u(t)\in C^2\Rightarrow y(t)\in C^6$ vero □ falso □x Se $u(t)\in C^4\Rightarrow y(t)\in C^1$ vero □x falso □

10) Dato il luogo delle radici di equazione caratteristica $1+K_1\dfrac{1}{s(s+8)}=0$ con K_1 positivo determinare il

centro della stella degli asintoti: $\sigma_a=-4$; è possibile assegnare un valore di K_1 per il quale il grado di stabilità corrispondente è maggiore di 5 rad/s: vero □ falso x□ non è possibile stabilirlo □

Soluzione

Parte A1

Scegliamo $\tau = 0.5$ per cancellare il polo piu' vicino all'origine, otteniamo

$$L(s) = P(s)C(s) = \frac{1}{(s+10)(s+2)}\frac{k(1+0.5s)}{(1+0.5\alpha s)} = \frac{k}{2(s+10)(1+0.5\alpha s)}$$

dalla specifica 1 abbiamo che

$$\lim_{s\to 0}\frac{1}{1+L(s)} = \frac{1}{10}$$

da cui si ricava che $k = 180$.

Per determinare α chiediamo che il diagramma di Nyquist passi per il punto $-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}j$, che corrisponde ad imporre

un margine di fase pari a 60°, otteniamo quindi $\left.\frac{180}{2(s+10)(1+0.5\alpha s)}\right|_{s=j\omega} = -\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}j$,

da cui si ricava il sistema

$$\begin{cases}(10\alpha+2)\omega = 90\sqrt{3}\\ \alpha\omega^2 = 110\end{cases}$$

e si ottiene $\alpha = 0,0224$, scartando la soluzione esterna all'intervallo $(0,1)$.
Il controllore e' quindi

$$C(s) = 180\frac{(1+0.5s)}{(1+0.0112s)}.$$

Parte A2

Il guadagno di anello e' dato da

$$L(s) = 1 + k\frac{s+2}{(s+5)(s+1)(s-1)};$$ ✱ → $S = w - 1$

per imporre il grado di stabilita' desiderato facciamo il cambio di variabile $w = s+1$ e usiamo il metodo della tabella di Routh per imporre la stabilita' nella variabile w. L'equazione caratteristica risulta

$$w(w+4)(w-2)+k(w+1) = 0$$

da cui

$$w^3+2w^2+w(-8+k)+k = 0;$$

imponendo mediante la tabella di Routh che tutte le radici siano a parte reale negativa otteniamo la condizione

$$k \geq 16.$$

$L(w) = 1 + k\frac{(w+1)}{(w+4)\,w\,(w-2)}$ ⇒ Eq. caratteristica:
$w(w+4)(w-2)+k(w+1) = 0$

Costruisco la tabella di Routh

3	1	$(-8+k)$	0
2	2	k	0
1	$k-16$	0	0
0	k		

Per avere la stabilità asintotica si deve avere:

$$\begin{cases} k-16 \geq 0 \\ k \geq 0\end{cases} \quad \begin{cases} k \geq 16 \\ k > 0\end{cases}$$

$\Rightarrow k \geq 16$

Università di Parma – Facoltà di Ingegneria

Prova Scritta di Controlli Automatici A del 31 Ottobre 2003

Soluzione PARTE B1

1) Sia $L(s) := \dfrac{50(s+1)^2}{s^3(s+10)}$

$$L(j\omega) = \frac{50(j\omega+1)^2}{(j\omega)^3(j\omega+10)}$$

$$|L(j\omega)| = \frac{50(1+\omega^2)}{\omega^3(100+\omega^2)^{1/2}}$$

$$\arg L(j\omega) = -\frac{3}{2}\pi - arctg\,0.1\omega + 2arctg\,\omega$$

Studio del diagramma polare di $L(j\omega)$:

Comportamento per $\omega \to 0^+$:
Il diagramma polare parte da un punto all'infinito

$$\lim_{\omega\to 0+} |L(j\omega)| = \infty$$

$$\lim_{\omega\to 0^+} \arg L(j\omega) = -\frac{3}{2}\pi$$

Comportamento per $\omega \to \infty$:
Il diagramma termina nell'origine tangente a uno degli assi coordinati, essendo

$$\lim_{\omega\to\infty} |L(j\omega)| = 0$$

$$\lim_{\omega\to\infty} \arg L(j\omega) = -\pi$$

Calcolo dell'intersezione del diagramma polare con l'asse reale negativo:

$$\arg L(j\omega_p) = -\pi$$

$$-\frac{3}{2}\pi - arctg\,0.1\omega + 2arctg\,\omega = -\pi$$

$$-arctg\,0.1\omega + 2arctg\,\omega = \frac{\pi}{2}$$

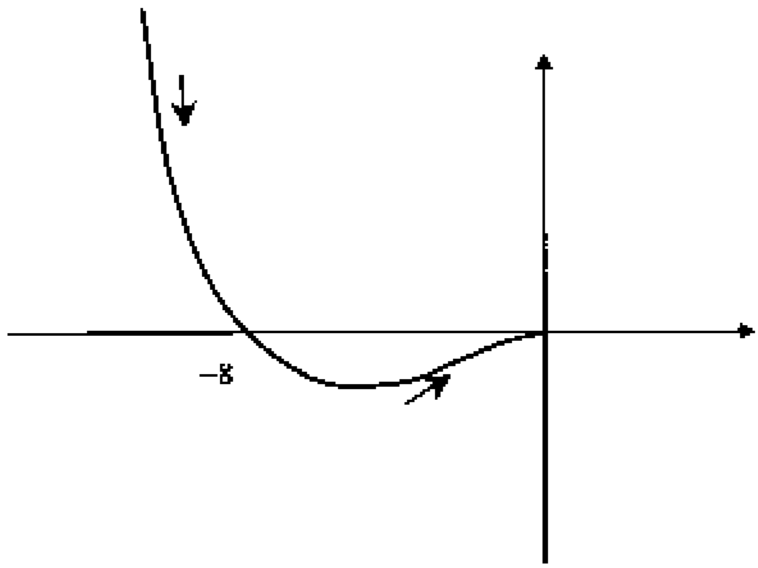
$$1 + tg(2arctg\,\omega)\cdot 0.1\omega = 0$$

$$1 + \frac{2\omega}{1-\omega^2}\cdot\frac{\omega}{10} = 0$$

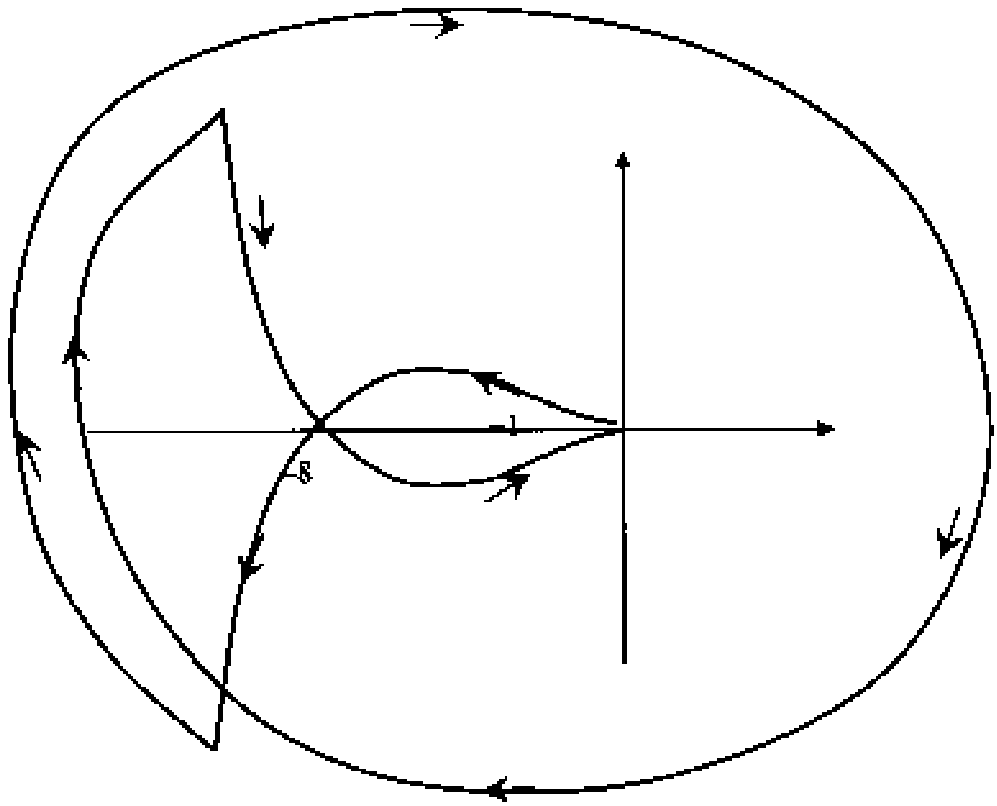
$$\omega_p = \sqrt{5/4} = 1.118 rad/sec$$

$$\left|L(j\omega_p)\right| = 8$$
$$L(j\omega_p) = -8$$

Il diagramma polare del guadagno di anello risulta pertanto:



2) Il diagramma polare completo è:



Si può concludere che per il criterio di Nyquist il sistema retroazionato è **asintoticamente stabile,** infatti il numero totale di giri del diagramma polare completo attorno al punto critico -1 è nullo.

Soluzione PARTE B2

Vedansi le dispense Parte 6, pp. 38-44

PARTE C

C1) Si tracci il luogo delle radici della seguente equazione caratteristica:

$$1+K_1\frac{s(s+4)}{(s-4)^5}$$

per $K_1 \in [0,+\infty)$ e per $K_1 \in (-\infty,0]$, determinandone in particolare asintoti e radici doppie.

Soluzione:
Si osservi innanzitutto che si ha la seguente configurazione di poli e zeri:

- uno zero per $s=0$ con molteplicità 1
- uno zero per $s=-4$ con molteplicità 1
- uno polo per $s=4$ con molteplicità 5

Essendo $n-m=3$ il luogo (sia diretto che inverso) presenta tre asintoti.
Tali asintoti formano una stella di raggi con centro nel punto dell'asse reale di ascissa

$$\sigma_a=\frac{1}{3}((4+4+4+4+4)-(-4))=8$$

LUOGO DIRETTO ($K_1 \in [0,+\infty)$):

Tenendo conto delle seguenti osservazioni

- un punto dell'asse reale fa parte del luogo delle radici se si lascia alla sua destra un numero totale dispari di zeri e di poli.
- il luogo delle radici ha 5 rami.
- gli asintoti formano con l'asse reale gli angoli

  $\theta_{a,0}=\frac{\pi}{3}$; $\theta_{a,1}=\pi$; $\theta_{a,2}=\frac{5}{3}\pi$
- le radici doppie sono individuate dalle soluzioni della seguente equazione

  $\frac{1}{s}+\frac{1}{s+4}-\frac{5}{s-4}=0$

  cioè

  $3s^2+24s+16=0$

  e risultano essere

  $s_1=\frac{-12-\sqrt{96}}{3}\approx-7.27$, $s_2=\frac{-12+\sqrt{96}}{3}\approx-0.734$

  si nota subito che la seconda soluzione non appartiene al luogo diretto delle radici, per cui si può concludere che l'unica radice doppia si ha nel punto di ascissa s_1.

si può dedurre che il luogo delle radici (per $K_1>0$) ha l'andamento riportato in figura 1.

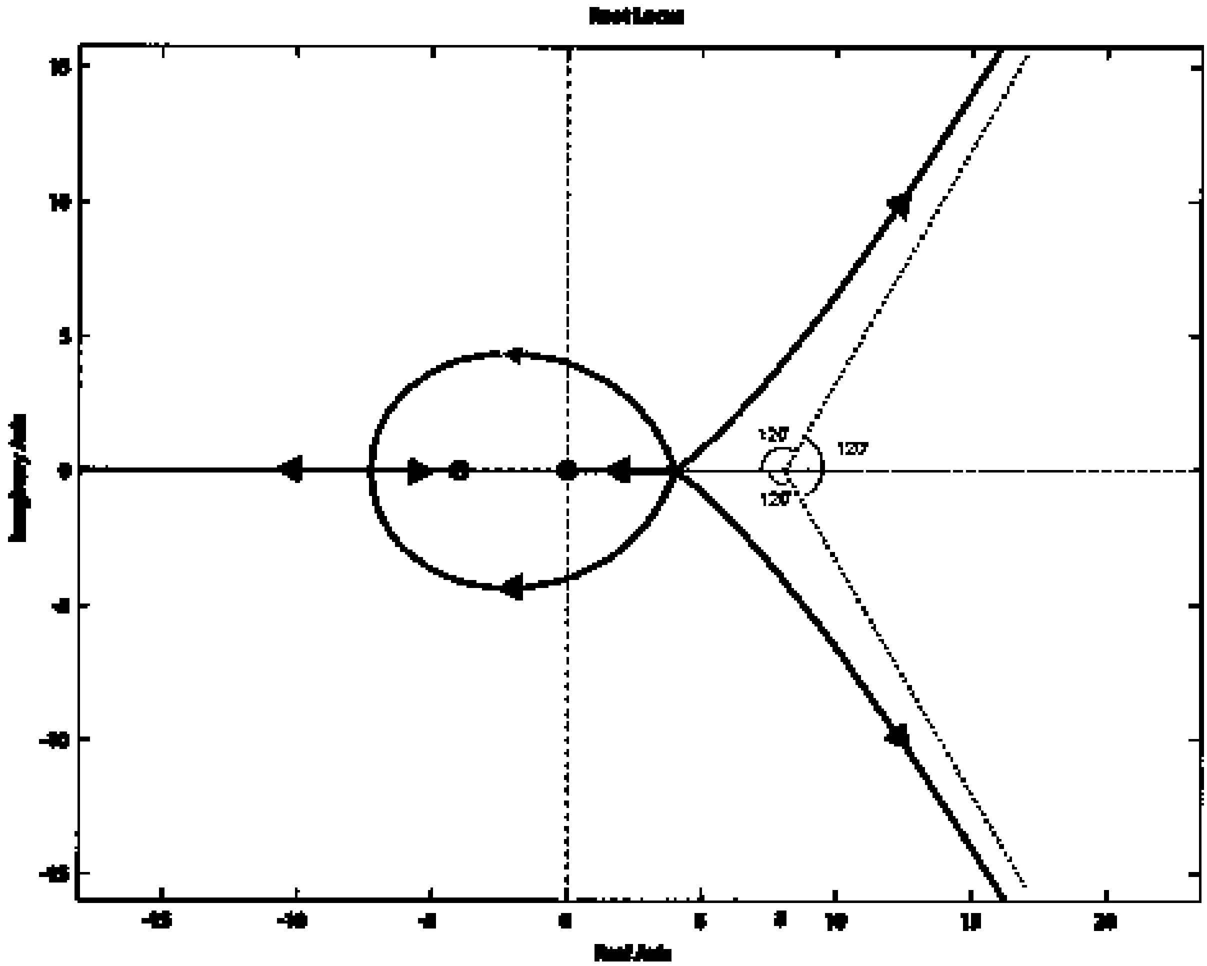


Figura 1. Luogo diretto

LUOGO INVERSO ($K_1 \in (-\infty, 0]$):

Tenendo conto delle seguenti osservazioni

- un punto dell'asse reale fa parte del luogo delle radici se si lascia alla sua destra un numero totale pari di zeri e di poli.
- il luogo delle radici ha 5 rami.
- gli asintoti formano con l'asse reale gli angoli

  $\theta_{a,0} = 0$; $\theta_{a,1} = \frac{2}{3}\pi$; $\theta_{a,2} = \frac{4}{3}\pi$
- le radici doppie sono individuate dalle soluzioni della seguente equazione

  $$\frac{1}{s} + \frac{1}{s+4} - \frac{5}{s-4} = 0$$

  cioè

  $$3s^2 + 24s + 16 = 0$$

  e risultano essere

  $$s_1 = \frac{-12 - \sqrt{96}}{3} \approx -7.27; \quad s_2 = \frac{-12 + \sqrt{96}}{3} \approx -0.734$$

  si nota subito che la prima soluzione non appartiene al luogo diretto delle radici, per cui si può concludere che l'unica radice doppia si ha nel punto di ascissa s_2.

si può dedurre che il luogo delle radici (per $K_1 < 0$) ha l'andamento riportato in figura 2.

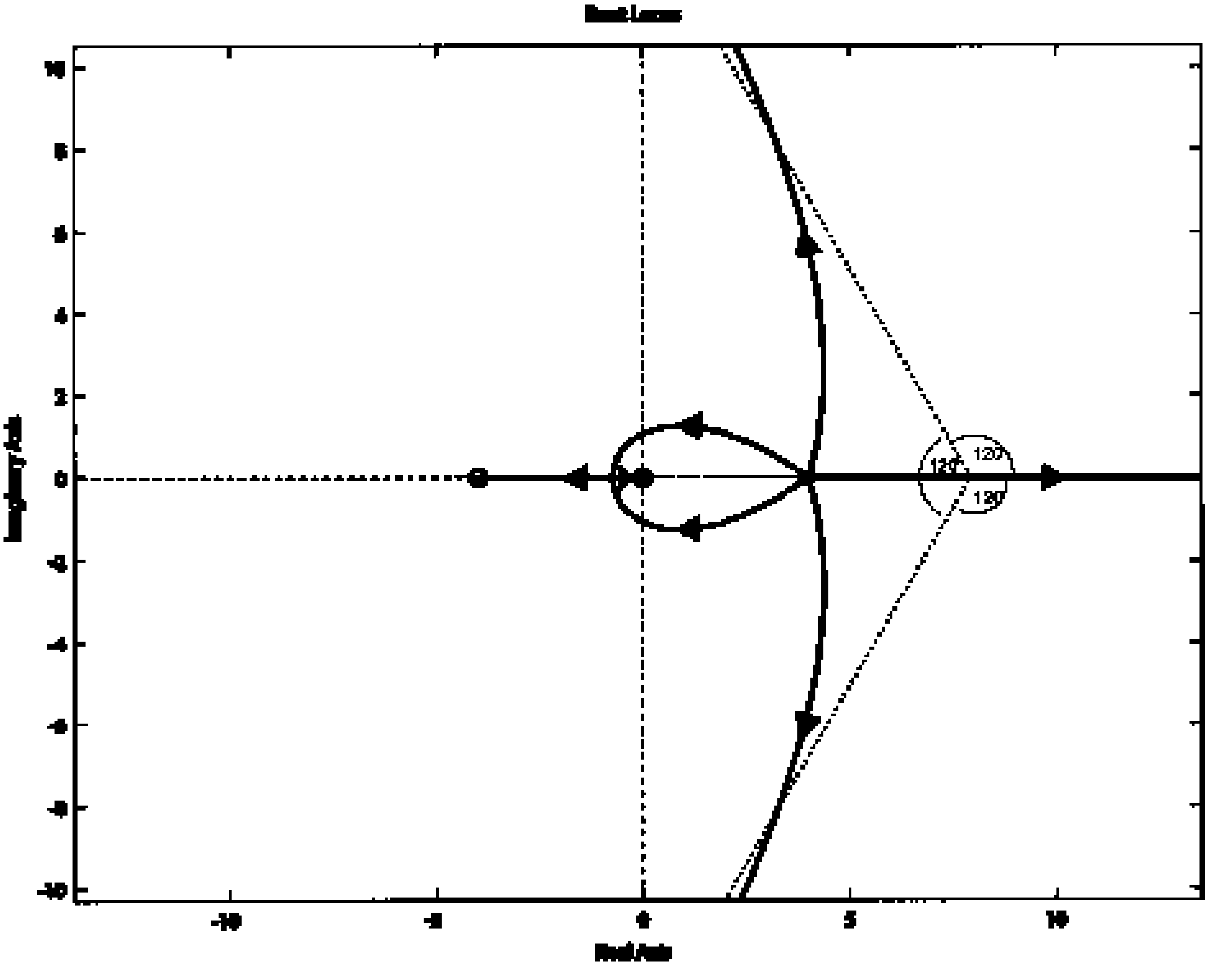


Figura 2. Luogo inverso

Soluzione PARTE C2

Si vedano le dispense Parte 6, pp. 25-27 e 31-32.