Corsi di Laurea in Ingegneria Elettronica, Informatica e delle Telecomunicazioni

Lezione n. 1 di Controlli Automatici A

prof. Aurelio Piazzi

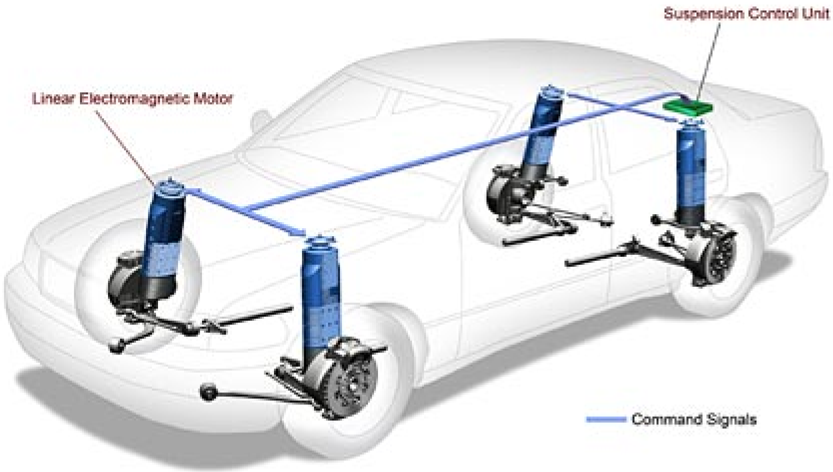
Il controllo attivo di un processo

Università degli Studi di Parma – a.a. 2009-2010

- Analisi e sintesi di un **controllo attivo** (sistema automatico di controllo)
- Generalità sul concetto di **sistema dinamico**
- I principi del controllo attivo: azione diretta (**feedforward**) e retroazione (**feedback**)

- Introduzione ai metodi di analisi e sintesi per il **controllo attivo** di un **processo**
- **Processo** = evoluzione nel tempo di ciò che caratterizza un ***sistema*** (fisico o non)
- **Controllo attivo** : strategia di controllo che prevede un’azione di comando esercitata sul processo

Esempi
di controllo attivo



• Il controllo (attivo) risolve il problema di imporre una modalità di funzionamento desiderato ad un processo assegnato (il sistema controllato).

• **Modalità di funzionamento desiderato**: una variabile (scalare o vettoriale) del processo coincida con una variabile (sca. o vett.) preassegnata (segnale di riferimento o set-point):

Variabile controllata = Segnale di riferimento

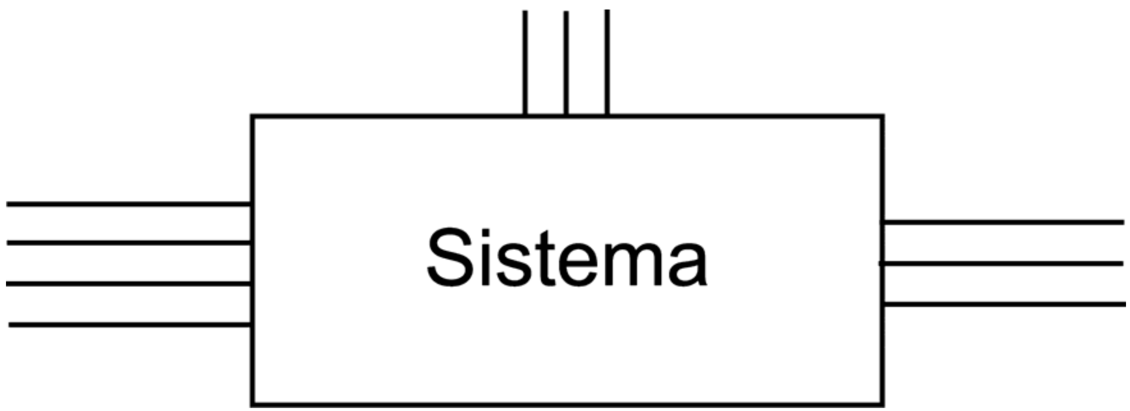
• Segnale di riferimento costante $\Rightarrow$ **problema di regolazione**

• Segnale di riferimento variabile $\Rightarrow$ **problema di asservimento** (*tracking problem)*

Generalità sul concetto di sistema

- (Possibile) definizione di **Sistema:**

Un sistema è un complesso, normalmente costituito da più elementi interconnessi, in cui si possono distinguere grandezza soggette a variare nel tempo (le **variabili**).



• Def. di **Segnale:** Le funzioni che rappresentano l'andamento delle variabili nel tempo si dicono segnali.

Terminologia per le variabili:

- Variabili controllate (o regolate)

- Variabile di riferimento

- Variabili manipolabili (o di controllo)

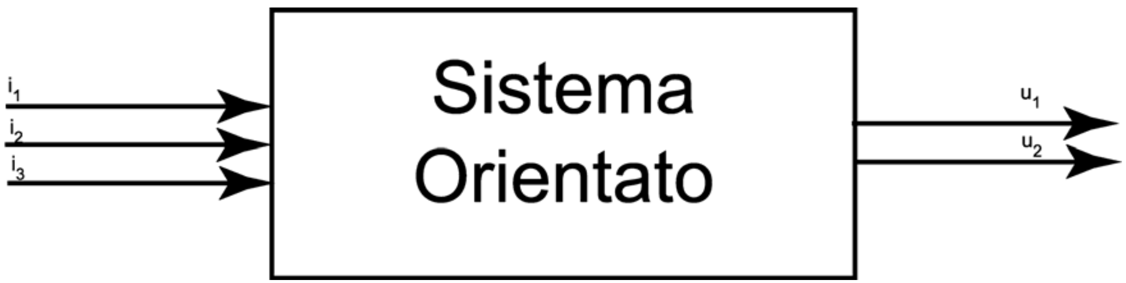
- Variabili non manipolabili (o disturbi)

- Variabili osservate (o misurate)

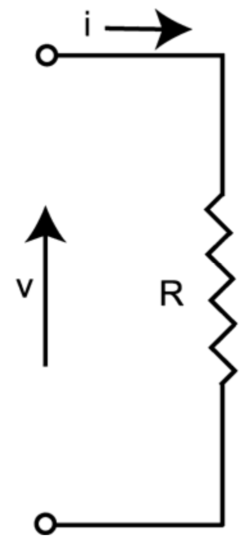
Nota: tratteremo solo segnali e sistemi deterministici …

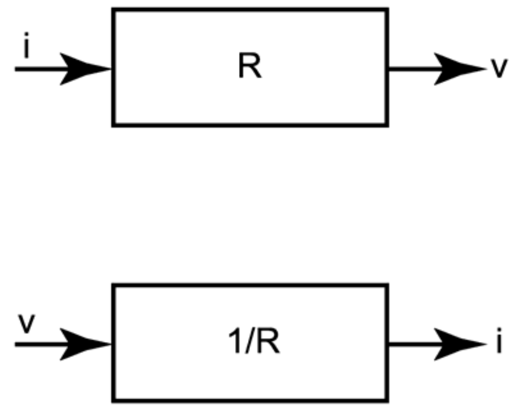
• La classificazione fondamentale delle variabili di un sistema le distingue in **variabili indipendenti** (**ingressi** o **cause**) e in **variabili dipendenti** (**uscite** o **effetti**).

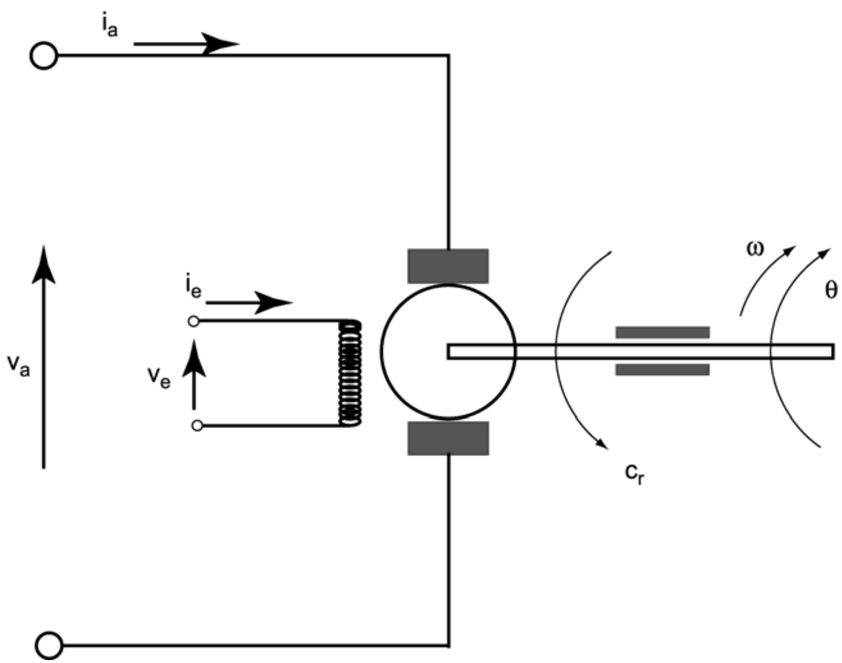
• Questa classificazione porta al concetto di **sistema orientato:**

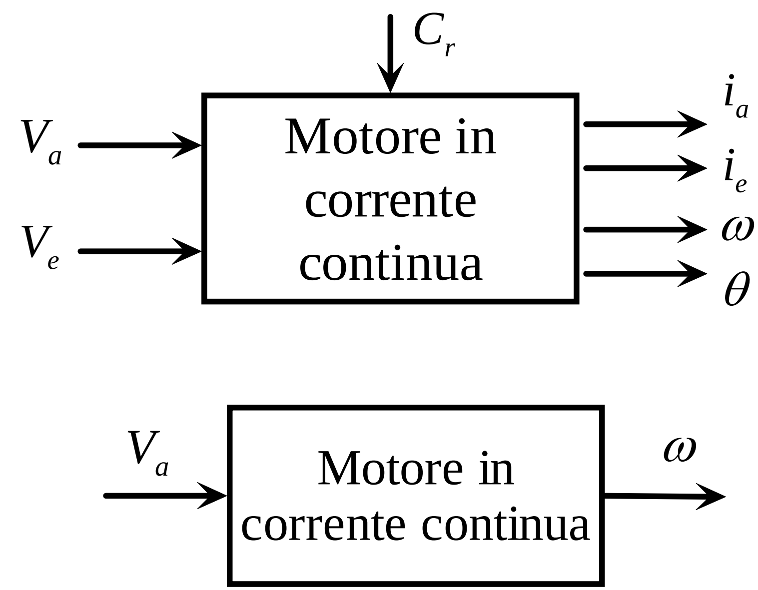


Esempi: una resistenza elettrica, un motore in corrente continua,…


i
v
R


i
R
v
v
1/R
i


i_a
v_a
i_e
v_e
ω
θ
c_r

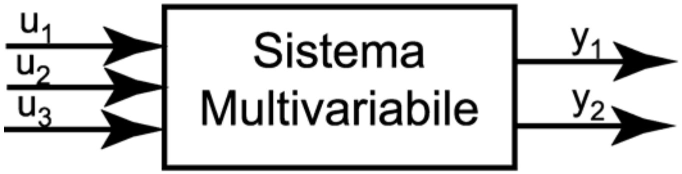

C_r
V_a
V_e
Motore in
corrente
continua
i_a
i_e
ω
θ
V_a
Motore in
corrente continua
ω

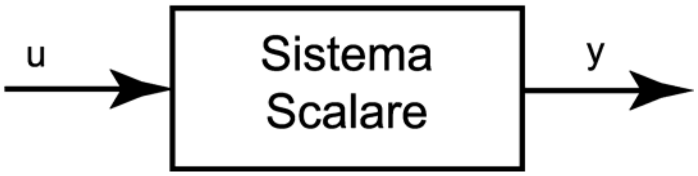
• def. di **Modello Matematico:**

Si dice m. m. la descrizione di un sistema, per esempio con equazioni e parametri, che permette di determinare i segnali delle uscite noti i segnali degli ingressi e le (eventuali) condizioni iniziali.

Esempi: equazioni differenziali, modelli operazionali, modelli frequenziali, modelli di stato,…

• Sistemi multivariabili (MIMO) e scalari (SISO):





Ci occuperemo di sistemi scalari a tempo continuo:

$$t \in \mathbb{R},\ u(t) \in \mathbb{R},\ y(t) \in \mathbb{R}$$

- def. **Sistema statico**

Un sistema è detto statico (o puramente algebrico) quando l'uscita al tempo t dipende esclusivamente dall'ingresso al medesimo tempo t.

$$\left[\exists \ f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \quad \ni \quad y(t) = f\big(u(t)\big) \ \ \forall t \in \mathbb{R} \right]$$

Un sistema statico è descritto da $y = f(u)$.

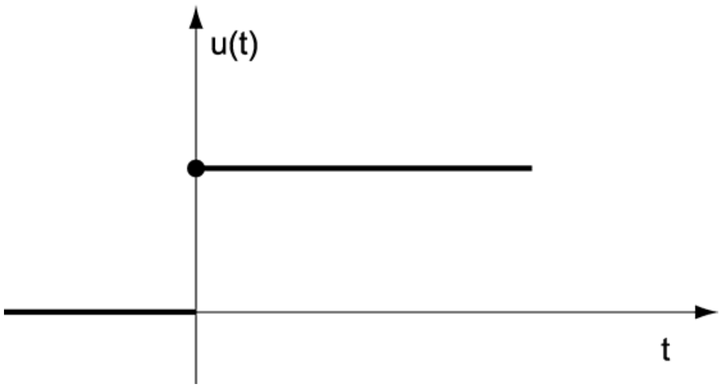
- def. **Sistema dinamico**

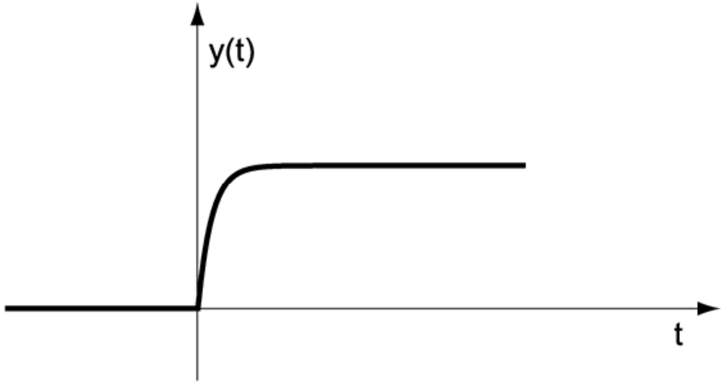
Un sistema è detto dinamico quando l'uscita al tempo t dipende dal segnale dell'ingresso sull'intervallo $(-\infty, t]$.

$$\left[\exists \ F : \mathcal{U} \to \mathcal{Y} \quad \ni \quad y(t) = F\Big(u(\cdot)\big|_{(-\infty, t]}\Big) \ \ \forall t \in \mathbb{R} \right]$$

Sono sistemi con memoria: sono descrivibili con un funzionale o, più comunemente, da una equazione differenziale...

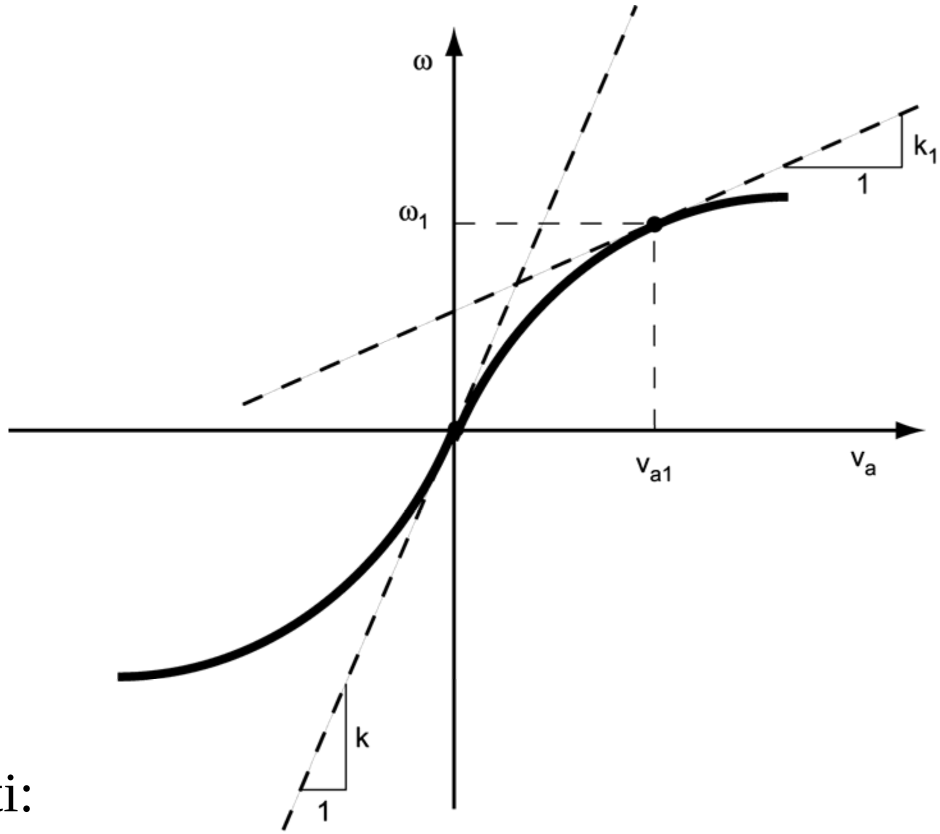
Esempio del comportamento di un sistema dinamico:





Per i sistemi dinamici si introducono i concetti di **sistema in quiete** (o in equilibrio) e di **sistema in condizioni asintotiche** (o stazionarie) o sistema a regime…

Esempio - Modello statico di un motore in corrente continua in condizioni stazionarie: $\omega = f\left(V_a\right)$, è la cosiddetta caratteristica statica del motore in c.c.



Modelli linearizzati:

in un intorno dell'origine $(0,0)$: $\omega = k \cdot V_a$, $k := \left.\dfrac{df}{dV_a}\right|_{V_a=0}$

in un intorno di (V_{a1}, ω_1): $\omega' = k_1 \cdot V_a'$, $k_1 := \left.\dfrac{df}{dV_a}\right|_{V_a=V_{a1}}$, $\omega' := \omega - \omega_1$, $V_a' := V_a - V_{a1}$

def.: insieme dei behaviours $\mathcal{B}$

$\mathcal{B}$ è l'insieme di tutte le possibili coppie causa-effetto associate ad un sistema:

$$\mathcal{B} := \{(u(t), y(t)) : y(t) \text{ è l'uscita del sistema corrispondente all'ingresso } u(t), \quad t \in (-\infty, +\infty)\}$$

$u(t)$ e $y(t)$ tipicamente appartengono agli spazi funzionali delle funzioni continue o differenziabili a tratti...

def. **Linearità**

Un sistema si dice lineare quando soddisfa la proprietà di sovrapposizione degli effetti: $\forall\ (u_1, y_1), (u_2, y_2) \in \mathcal{B}$ e $\forall \alpha_1, \alpha_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow$

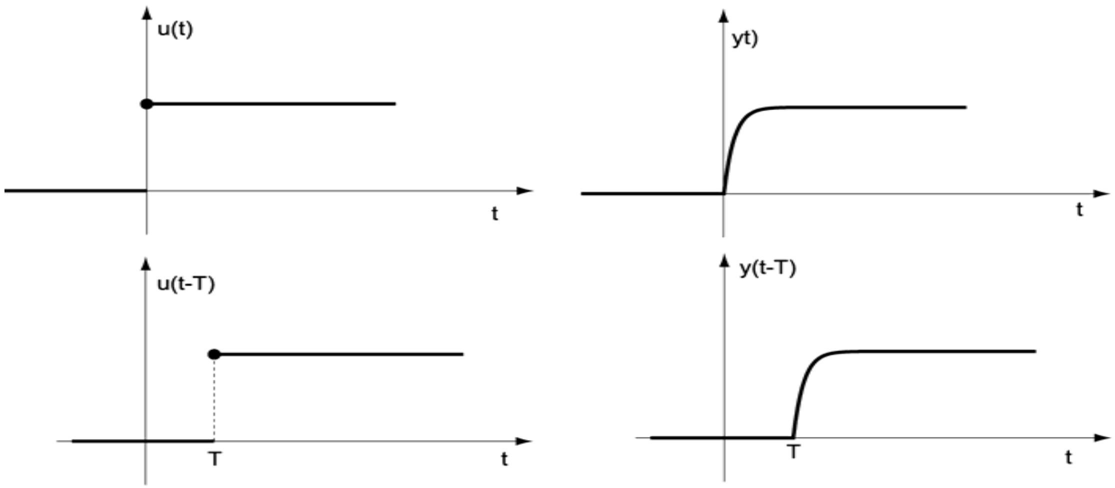
$$\alpha_1(u_1, y_1) + \alpha_2(u_2, y_2) := (\alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2, \alpha_1 y_1 + \alpha_2 y_2) \in \mathcal{B}$$

def. **Stazionarietà**

Un sistema si dice stazionario (invariante nel tempo) se $\forall T \in \mathbb{R}$:

$$\big(u(t), y(t)\big) \in \mathcal{B} \quad \Rightarrow \quad \big(u(t-T), y(t-T)\big) \in \mathcal{B}$$

Esempio:



- Ambito di studio: sistemi dinamici lineari, stazionari e a tempo continuo.

Controllo ad azione diretta e in retroazione

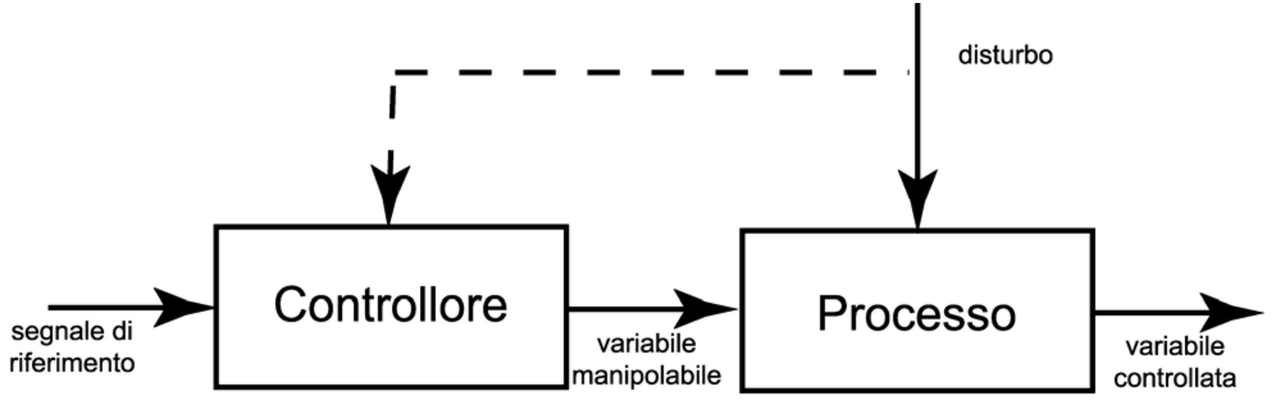
Il controllo (attivo) è distinguibile in

- controllo ad **azione diretta** (***feedforward***) o ad anello aperto o in catena aperta;

- controllo in **retroazione** (***feedback***) o ad anello chiuso o in catena chiusa.

Controllo ad Azione diretta (FEEDFORWARD): quando l'azione di comando dipende da

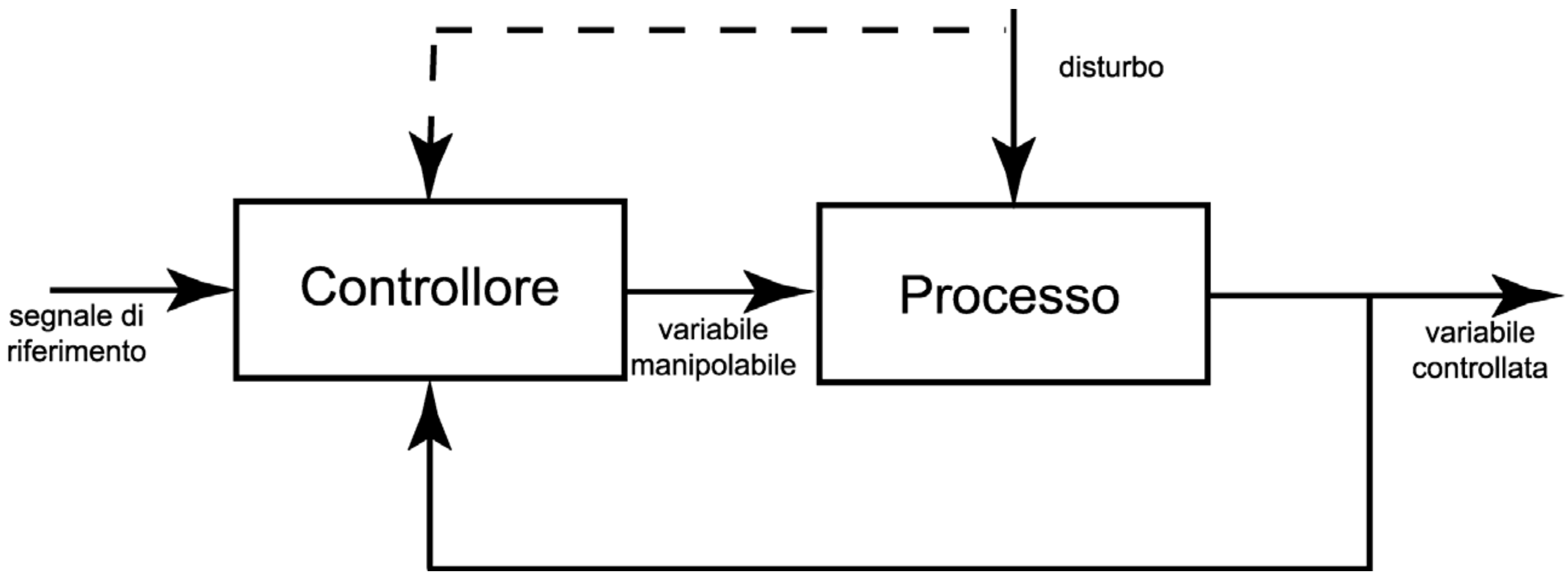
1. obiettivo perseguito (p.e. segnale di riferimento)
2. informazioni sul modello del sistema controllato
3. eventualmente, ingressi agenti sul sistema contr. (disturbi)



Schema a blocchi di un sistema di controllo ad azione diretta

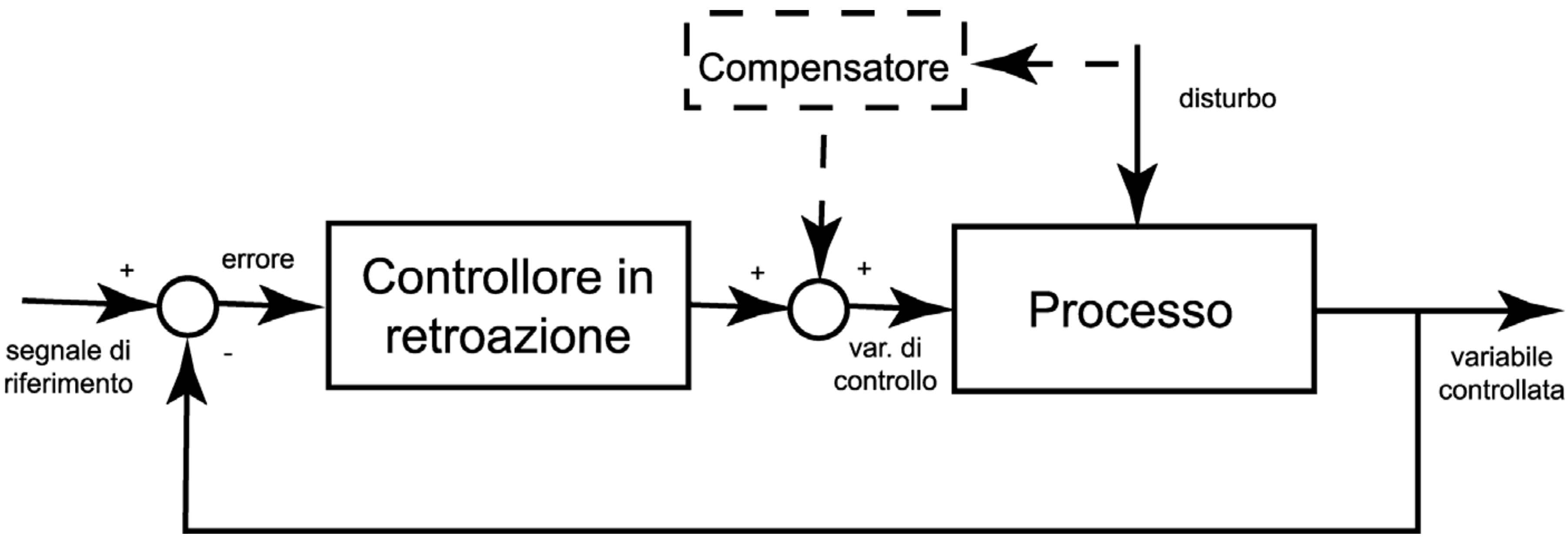
Controllo in Retroazione (FEEDBACK): quando l’azione di comando dipende da

1. obiettivo perseguito (p.e. segnale di riferimento)
2. informazioni sul modello del sistema controllato
3. eventualmente, ingressi agenti sul sistema contr. (disturbi)
4. **variabile controllata**



Schema a blocchi di sistema di controllo in retroazione

• Architettura usuale: Sistema di controllo in retroazione sull'errore di inseguimento:



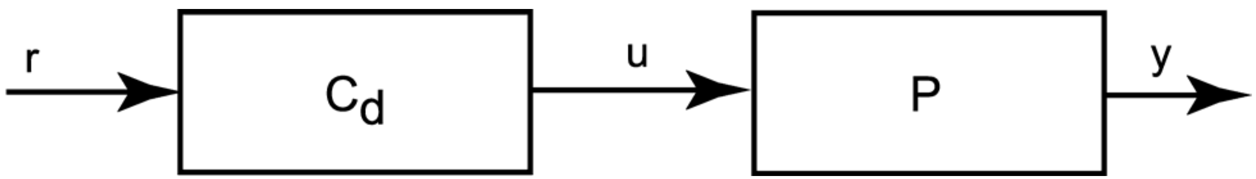
Confronto fra il controllo ad azione diretta e in retroazione

Problema: Regolazione di un processo statico di guadagno P

y = uscita del processo (v. controllata);

u = ingresso del processo (v. di controllo); r = segnale di riferimento.

• Sistema di controllo ad anello aperto:

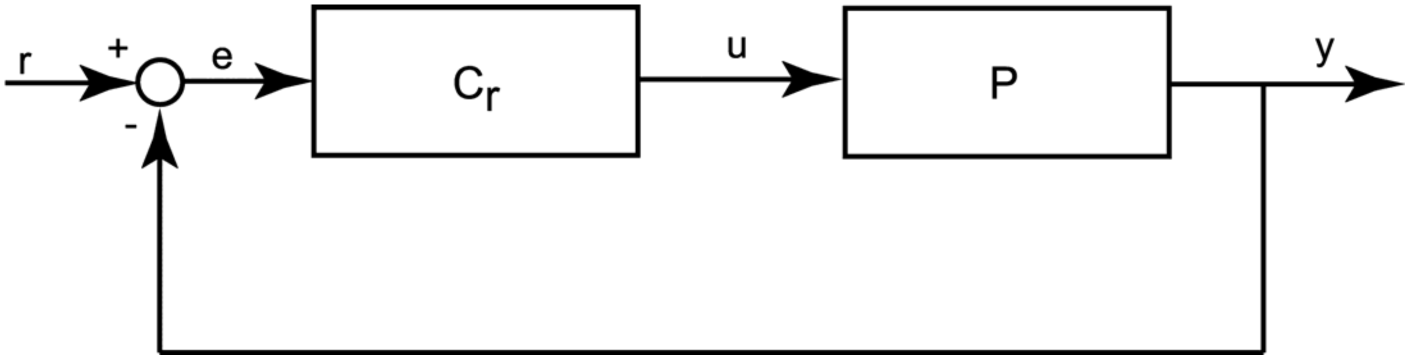


$$y = Pu = P\left(C_d r\right) = PC_d r$$

dall'obiettivo $r(t) \equiv y(t) \;\Rightarrow\; C_d = \dfrac{1}{P}$

Il controllore è sintetizzato come **sistema inverso** del processo

- Sistema di controllo ad anello chiuso:



$$\{e = r - y,\ y = PC_r e\} \ \Rightarrow\ y = PC_r(r - y)$$

$$y = \frac{PC_r}{1 + PC_r} \cdot r$$

L'obiettivo $y(t) \equiv r(t)$ è irragiungibile ma si può ottenere $y(t) \cong r(t)$

progettando C_r affinché $PC_r >> 1$: $\quad C_r >> \dfrac{1}{P}$

Disamina delle strategie di controllo in condizioni perturbate

$$P \to \tilde{P} = P + \Delta P, \quad \text{per esempio } \Delta P = \pm \frac{1}{5} P$$

- nel controllo ad azione diretta

$$y = \tilde{P} C_d r = (P + \Delta P) \frac{1}{P} r = r \pm \frac{1}{5} r \quad \Rightarrow \boxed{\text{errore in \% } \pm 20}$$

- nel controllo in retroazione

si ipotizza $PC_r = 200 \;\Rightarrow\; C_r = \dfrac{200}{P}, \;\; T_{yr} := \dfrac{PC_r}{1 + PC_r} \cong 0{,}995$

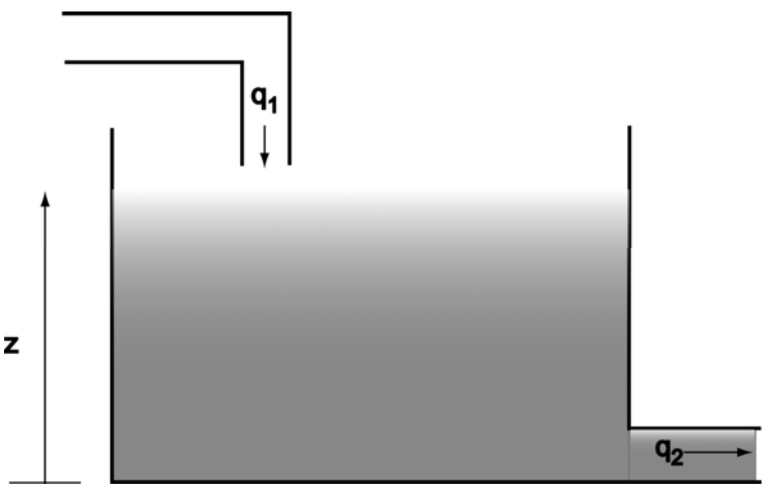
(in condizioni nominali, l'errore di inseguimento è circa 0,5%)

$$\tilde{T}_{yr} = \frac{\tilde{P} C_r}{1 + \tilde{P} C_r} = \frac{PC_r + \Delta P C_r}{1 + PC_r + \Delta P C_r} \in [0{,}9959;\; 0{,}9938]$$

l'errore di inseguimento è compreso fra $\boxed{\text{0,415\% e 0,621\%}}$

• **Conclusione**: Il controllo in retroazione è efficace anche in presenza di perturbazioni sul processo. Parimenti, si potrebbe dimostrare che il controllo in retroazione è efficace anche in presenza di disturbi agenti sulla variabile controllata.

• Per alcuni problemi di regolazione il controllo in retroazione è l'unico possibile … es.: regolazione di livello in un serbatoio ….

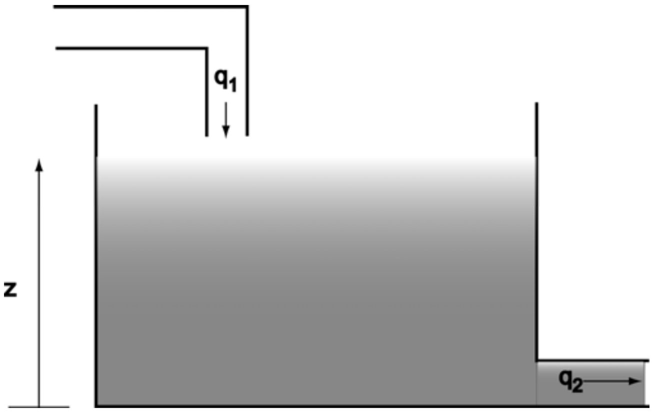


Equazione differenziale del "processo" o "impianto": $\frac{dz}{dt} = \frac{1}{A}(q_1 - q_2)$

$q_1 \equiv$ portata di acqua in ingresso (variabile di controllo)

$q_2 \equiv$ portata di acqua in uscita, $q_2 = \alpha\sqrt{z}$

$$\Rightarrow \quad \dot{z}(t) = \frac{1}{A}\left(q_1(t) - \alpha\sqrt{z(t)}\right)$$



- Il controllo ad azione diretta

$$q_1(t) = \alpha\sqrt{r}$$

sicuramente fallisce (fenomeno di deriva).

- Il controllo in retroazione può risolvere il problema... per esempio

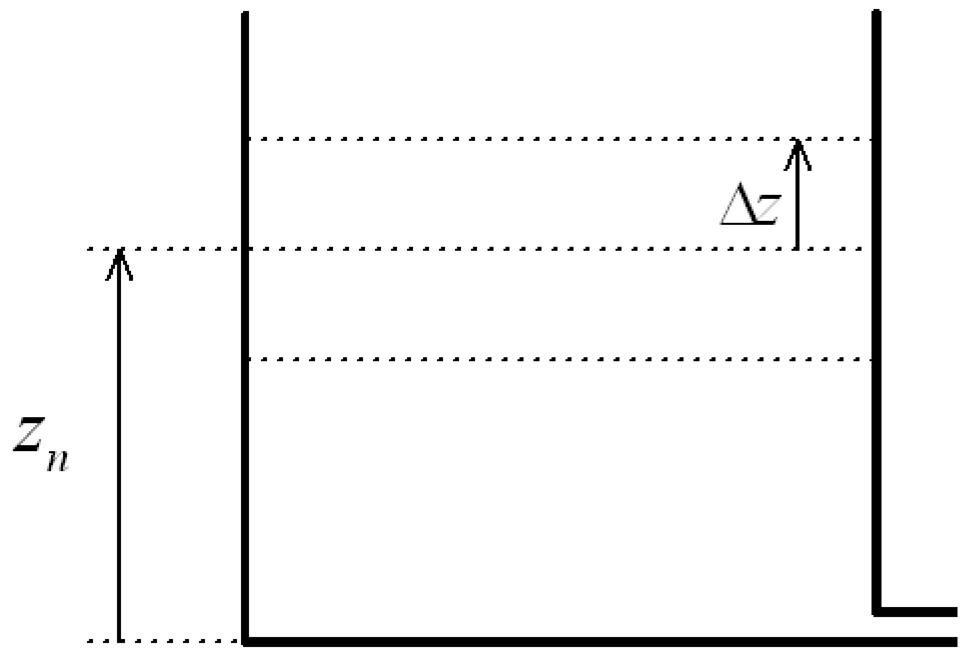
$$q_1(t) = C_r \left(r - z(t)\right) + \alpha\sqrt{r}$$

o più semplicemente

$$q_1(t) = C_r \left(r - z(t)\right) + \alpha\sqrt{z_n}$$

$z_n \equiv$ valore medio del livello desiderato

$r \in \left[z_n - \Delta z, z_n - \Delta z\right]$

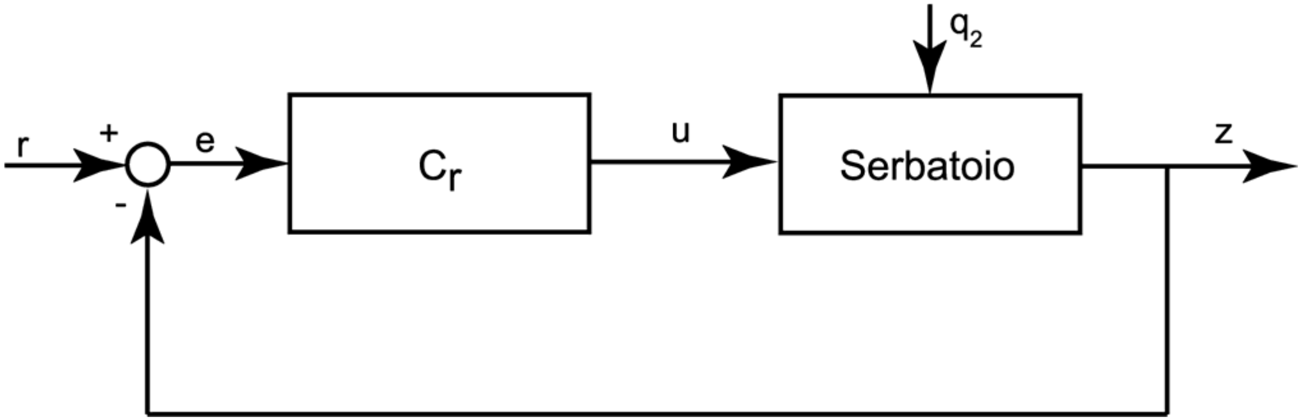


$$q_1(t) = C_r\left(r - z(t)\right) + \alpha\sqrt{z_n}$$

- Ridefinendo la variabile di controllo come $u(t) := q_1(t) - \alpha\sqrt{z_n}$,

$$\Rightarrow u(t) = C_r\left(r - z(t)\right)$$

e la legge di retroazione corrisponde allo schema di figura

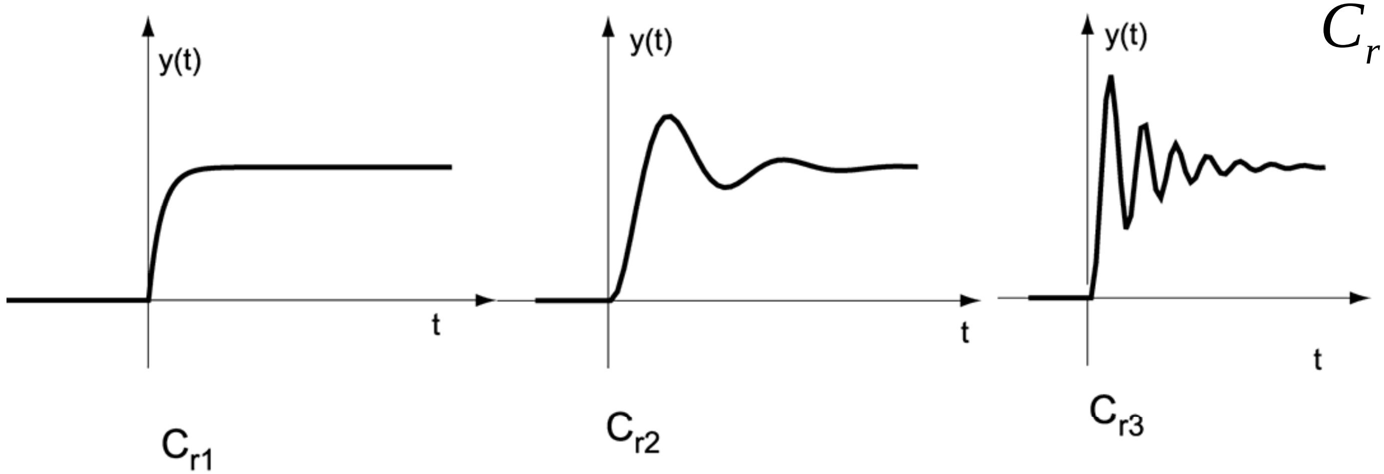


I problemi del controllo in retroazione:

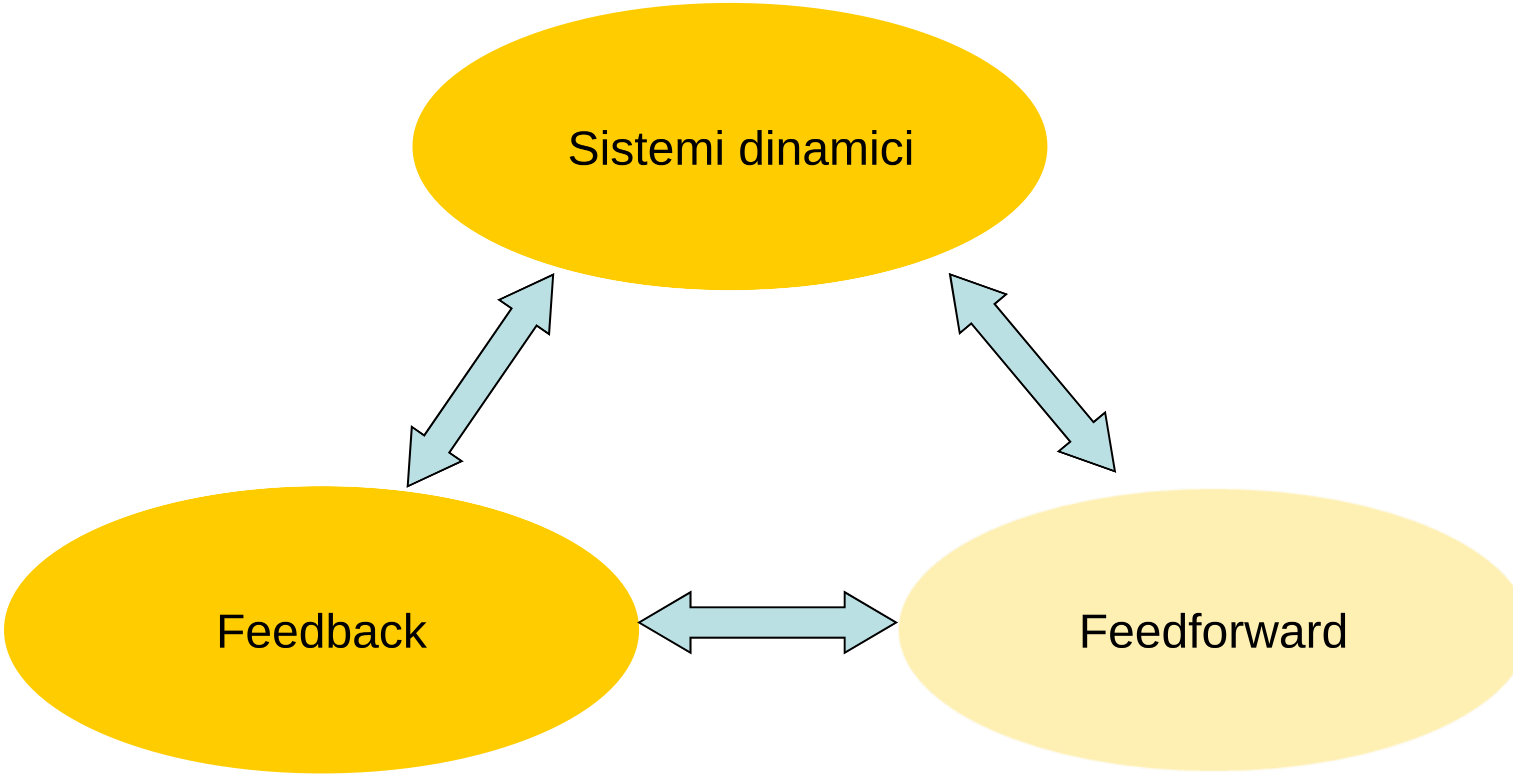
1. è una soluzione tecnica più complessa
2. è una soluzione che può presentare fenomeni di instabilità

Esempio: In un sistema retroazionato all'aumentare del guadagno di anello tipicamente si innesca una instabilità (p.e. auto-oscillazioni divergenti) :

$$C_{r1} < C_{r2} < C_{r3}$$



La scienza del controllo attivo (automatica)



Informazioni

- Diapositive pdf delle lezioni, materiali, avvisi su https://my.unipr.it
- Consigliati per approfondire:

  G. Marro, “Controlli Automatici”, quinta edizione, Zanichelli, 2004;

  P. Bolzern, R. Scattolini, N. Schiavoni, “Fondamenti di Controlli Automatici”, terza edizione, McGraw-Hill, 2008.
- Tutorato (ing. Riccardo Pecori)
- Modalità dell’esame: prova scritta con esercizi e domande di teoria

Prova Scritta in itinere: sabato 17 aprile 2010 ore 9 (da confermare)

Prova Scritta conclusiva: 8 giugno 2010 ore 9:30

Prova Scritta (completa): 8 giugno 2010 ore 13:30