Parte A

1. [punti 3]

Sia dato il segnale $f(t)$ così definito: $f(t) = \begin{cases} 0 & t < 1 \\ 1 + \frac{1}{2}(t-1) & 1 \le t < 3 \\ 0 & t > 3 \end{cases}$.

Determinare le derivate generalizzate di primo e secondo ordine $D^* f(t)$ e $D^{*2} f(t)$.

2. [punti 4]

Enunciare il Criterio di Nyquist (sia il caso generale che quello particolare) avendo cura di definire i concetti e le premesse teoriche sui quali si basa. Riportare inoltre una dimostrazione di tale criterio.

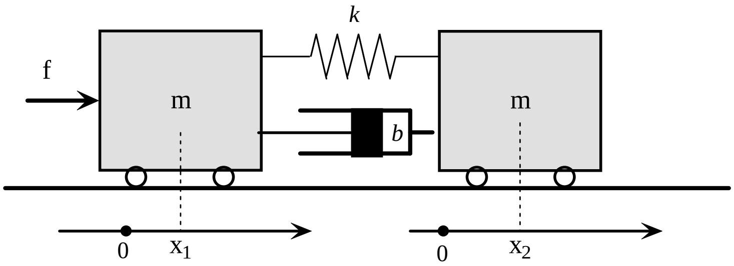
3. [punti 3]

Definire la stabilità asintotica interna per un sistema di controllo in retroazione. Enunciare e dimostrare una condizione necessaria e sufficiente che garantisca questa particolare stabilità.

Parte B

4. [punti 5]

Sono dati due carrelli, di massa m e collegati come in figura, le cui posizioni sono descritte dalle variabili x_1 e x_2. Si definisca un sistema dinamico Σ orientato da f (forza applicata al carrello di sinistra) ad x_2 (posizione del carrello di destra). Si trascurino gli attriti nel movimento dei carrelli e nelle condizioni iniziali di quiete con la molla a riposo si abbia $x_1 = 0$ e $x_2 = 0$.



- **a.** Determinare l'equazione differenziale che descrive il comportamento di Σ.
- **b.** Determinare la funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema Σ.
- **c.** Stabilire, motivandola, la proprietà di stabilità o instabilità di Σ.

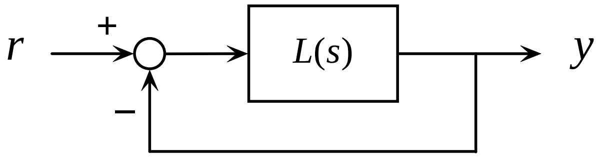
5. [punti 6]

Determinare l'evoluzione forzata $y(t)$ in risposta alla rampa $u(t) = 2t \cdot 1(t)$ di un sistema con funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{1}{(s+2)^3(s+1)}$.

Determinare inoltre il grado massimo di continuità di $y(t)$ su $\mathbb{R}$.

6. [punti 4]

Sia dato il sistema retroazionato di figura dove $L(s) = \dfrac{1000}{(s+1)(s+2)(s+5)(s+10)}$.



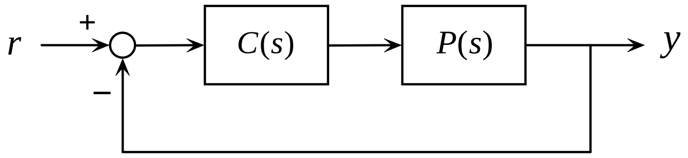
a. Tracciare il diagramma di Nyquist di $L(j\omega)$ determinando in particolare l'intersezione con l'asse reale negativo.

b. Applicando il criterio di Nyquist studiare la stabilità del sistema retroazionato.

Parte C

7. [punti 5]

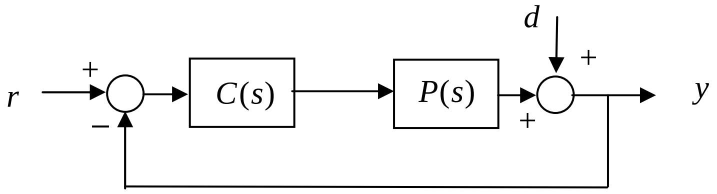
Sia dato il sistema in retroazione di figura dove $P(s)=\dfrac{1}{s\left[(s+2)^2+16\right]}$ e $C(s)=K\in\mathbb{R}.$.



a. Tracciare il luogo delle radici dell'equazione caratteristica del sistema retroazionato per $K>0$. In particolare 1) determinare gli asintoti del luogo, 2) determinare gli angoli di partenza del luogo, 3) dimostrare che non esistono radici doppie reali nel luogo.
b. Determinare il guadagno ottimo K^* del controllore affinché il grado di stabilità del sistema retroazionato sia massimo $\left[K^*=\arg\max_{K\in\mathbb{R}} G_s(K)\right]$.

8. [punti 6]

Sia dato il seguente sistema



dove $P(s)=\dfrac{5}{s+3}$.

Determinare un controllore proprio di ordine minimo $C(s)$ affinché le seguenti specifiche siano soddisfatte:

1. reiezione infinita asintotica al disturbo armonico $d(t)=7\cos(3t+2)$;
2. costante di posizione $K_p=5$;
3. sistema retroazionato asintoticamente (internamente) stabile con poli dominanti in $-3\pm j$.