Parte A

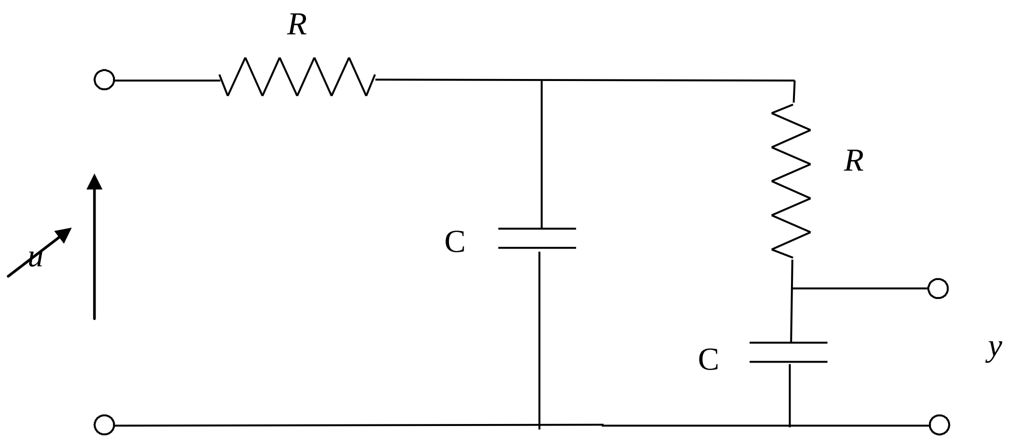
1. [punti 3]
Data una funzione $f \in PC^{\infty}(\mathbb{R})$ con due soli istanti di discontinuità in $t_1 = 0$ e $t_2 = 3$ scrivere le derivate generalizzate di ordine uno, due e tre.

2. [punti 5]
Sia dato un generico sistema dinamico orientato da u (ingresso) ad y (uscita) e descritto dall'equazione differenziale $\sum_{i=0}^{n} a_i D^i y(t) = \sum_{i=0}^{m} b_i D^i u(t)$.

Note le condizioni iniziali al tempo $0-$ come $y_-, Dy_-, \ldots, D^{n-1}y_-$ e $u_-, Du_-, \ldots, D^{m-1}u_-$ e l'azione forzante $u(t),\ t \geq 0$, determinare la trasformata di Laplace della risposta $y(t),\ t \geq 0$.
Nota: riportare i ragionamenti ed i passaggi che permettono l'individuazione dell'espressione $Y(s)$ cercata.

3. [punti 4]
Enunciare e dimostrare il teorema di analisi armonica per un sistema descritto da una funzione di trasferimento razionale.

4. [punti 4]
Data la rete elettrica di figura (si definisce $T \triangleq RC$)

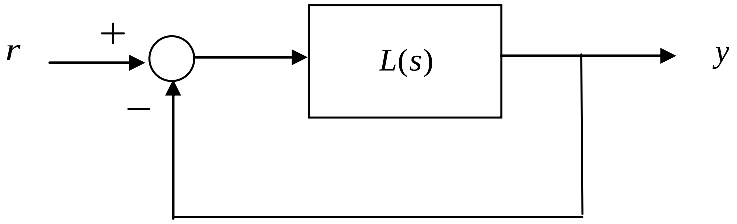


1) Determinare la funzione di trasferimento tra la tensione u (ingresso) e la tensione y (uscita).
2) Scrivere l'equazione differenziale che descrive la rete elettrica orientata da u a y.

Parte B

5. [punti 4]

Sia dato il sistema retroazionato di figura



dove $L(s)=\dfrac{7}{(s+1)(s+9)}$.

1. Determinare l'evoluzione forzata dell'uscita $y(t)$ in risposta all'applicazione del segnale a gradino $r(t)=5\cdot 1(t)$.
2. Determinare l'evoluzione forzata dell'uscita $y(t)$ in condizioni asintotiche ($t\to+\infty$) in risposta all'applicazione del segnale armonico $r(t)=3\sin(2t)\cdot 1(t)$

6. [punti 5]

Tracciare i diagrammi di Bode asintotici (diagramma dei moduli e diagramma delle fasi della risposta armonica) associati alla funzione di trasferimento $G(s)=40\dfrac{s+5}{(s+1)(s+20)}$

Suggerimenti:

i) per una decade delle pulsazioni si assegnino 10 quadretti del foglio protocollo;

ii) si riportano per comodità dello studente i logaritmi in base 10 degli interi da 2 a 9:
$\log_{10}2\cong 0,30$, $\log_{10}3\cong 0,48$, $\log_{10}4\cong 0,60$, $\log_{10}5\cong 0,70$, $\log_{10}6\cong 0,78$,
$\log_{10}7\cong 0,85$, $\log_{10}8\cong 0,90$, $\log_{10}9\cong 0,95$.

7. [punti 5]

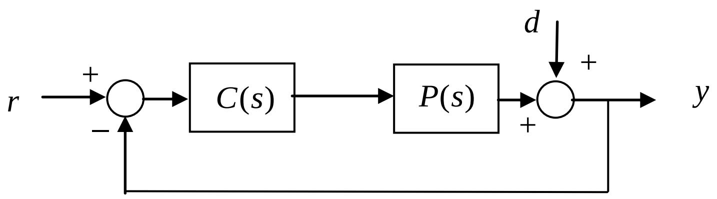
Si tracci il luogo delle radici della seguente equazione caratteristica:

$$1+K_1\frac{(s-1)^2}{s^3(s+5)^2}=0 \quad , \quad K_1\in[0,+\infty)$$

determinando in particolare asintoti e radici doppie.

8. [punti 6]

Sia dato il seguente sistema



dove $P(s)=\dfrac{6}{s+4}$.

Determinare un controllore proprio di ordine minimo $C(s)$ affinché le seguenti specifiche siano soddisfatte:

1. reiezione infinita asintotica al disturbo armonico $d(t)=9\cos(3t+5)$;
2. costante di posizione $K_p=6$;
3. sistema retroazionato asintoticamente (internamente) stabile con poli dominanti in $-2\pm j$.