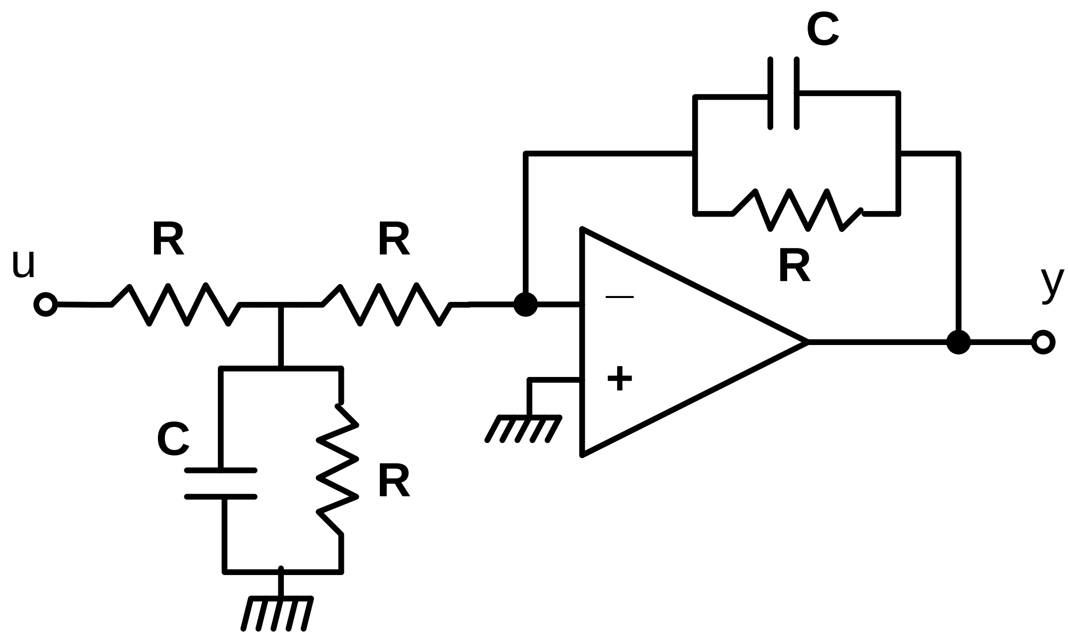
Parte A

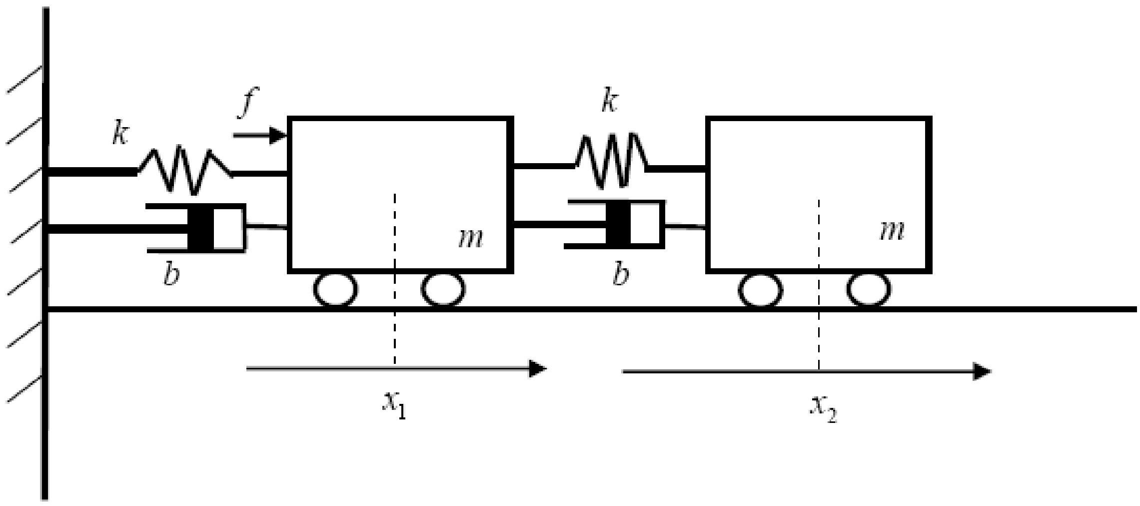
A1. [punti 5] Il seguente schema elettrico definisca un sistema dinamico Σ orientato da u (tensione di ingresso) ad y (tensione d'uscita).



Si assuma l'amplificatore operazionale come ideale.

1. Determinare la funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema Σ.
2. Determinare poli e modi di Σ.
3. Scrivere l'equazione differenziale che descrive il comportamento di Σ.

A2. [punti 6] Due carrelli di massa m collegati come mostrato in figura costituiscono un sistema dinamico Σ orientato da f (forza applicata al carrello di sinistra) ad x_1 (posizione del carrello di sinistra). **I**n condizione di riposo delle molle sia $x_1 = 0$ e $x_2 = 0$.



1. Determinare l'equazione differenziale che descrive il comportamento di Σ.
2. Determinare la funzione di trasferimento $G(s)$ di Σ.

Parte B

B1. [punti 6] Si consideri un sistema dinamico orientato da u (ingresso) ad y (uscita) e descritto dall'equazione differenziale $\sum_{i=0}^{n} a_i D^i y(t) = \sum_{i=0}^{m} b_i D^i u(t)$. Sia $(u, y) \in \mathcal{B}^*$ con $u(t) = 0,\ y(t) = 0\ \forall t < 0$.

Si dimostri che

1. $(D^* u, D^* y) \in \mathcal{B}^*$
2. $\left(\int_{0-}^{t} u(v)dv, \int_{0-}^{t} y(v)dv \right) \in \mathcal{B}^*$

B2. [punti 6] Dato un sistema di equazione $D^2 y + 6Dy + 9y = D^2 u + Du + u$ sia noto che per $t < 0$ ingresso ed uscita evolvono secondo le leggi: $u(t) = 9,\ y(t) = 1 + e^{-3t}$. All'istante $t = 0$ viene applicato il segnale $u(t) = 18,\ t \geq 0$.

1. Verificare la correttezza dell'evoluzione del sistema per $t < 0$;
2. Determinare l'uscita $y(t)$ del sistema per $t \geq 0$.

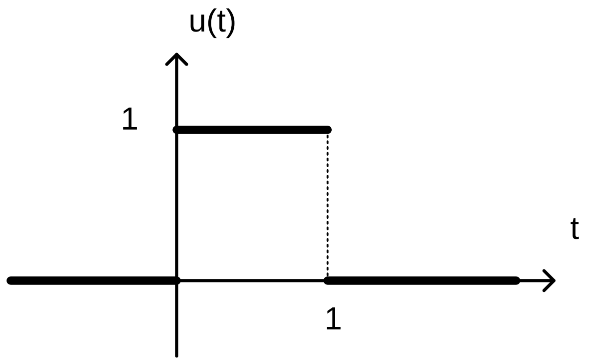
B3. [punti 3] Sia dato un sistema dinamico ∑ con funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{s^2 + 7s + 8}{\left[(s+2)^2 + 9 \right]^2 (s+5)^4 (s+10)}$$

1. Determinare i modi di ∑.
2. Definire la generica risposta libera di ∑.

Parte C

C1. [punti 6] Dato un sistema con funzione di trasferimento $G(s)=\dfrac{4}{(s+1)(s+2)}$ determinare la risposta forzata $y(t)$ al segnale di ingresso $u(t)=\begin{cases} 0 & \text{per } t<0 \\ 1 & \text{per } 0\le t<1 \\ 0 & \text{per } t\ge 1 \end{cases}$ (vedi figura).



C2. [punti 4] Dato il sistema retroazionato di figura con $L(s)=\dfrac{12}{s(s+4)}$, determinare il tempo di assestamento T_a, la sovraelongazione S ed il tempo di salita T_s della risposta $y(t)$ al comando in ingresso $r(t)=1(t)$ (gradino unitario).