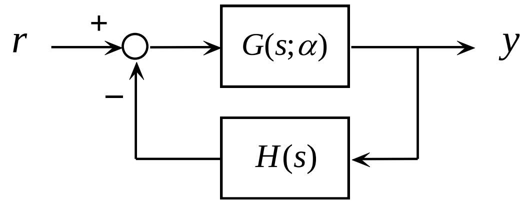
Parte A

1. [punti 3]
Data una funzione $f \in PC^{\infty}(\mathbb{R})$ con due soli istanti di discontinuità in $t_1 = 0$ e $t_2 = 3$ scrivere le derivate generalizzate di ordine uno, due e tre.

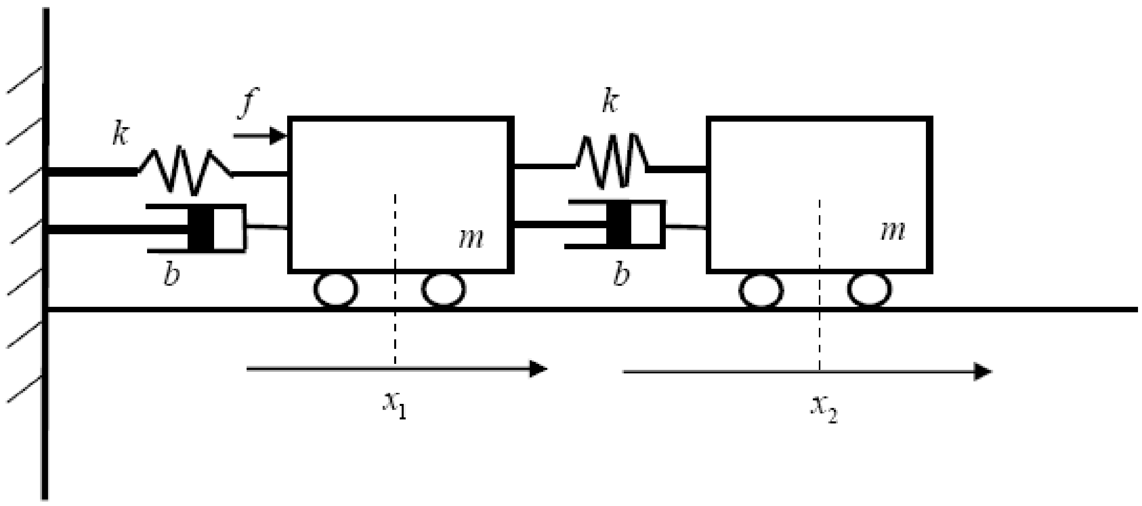
2. [punti 4]
Sia dato il sistema retroazionato di figura



Definire e determinare la sensibilità di $T_{ry}(s)$ (funzione di trasferimento fra r ed y) a variazioni di $G(s;\alpha)$ determinate dal parametro incerto $\alpha = \alpha_0 + \Delta\alpha$ (α_0 è il valore nominale del parametro). Interpretare e commentare il risultato ottenuto.

3. [punti 4]
Enunciare e dimostrare il teorema di analisi armonica per un sistema descritto da una funzione di trasferimento razionale.

4. [punti 6]
Due carrelli di massa m collegati come mostrato in figura costituiscono un sistema dinamico Σ orientato da f forza applicata al carrello di sinistra ad x_2 posizione del carrello di destra (in condizione di riposo delle molle sia $x_1 = 0$ e $x_2 = 0$).

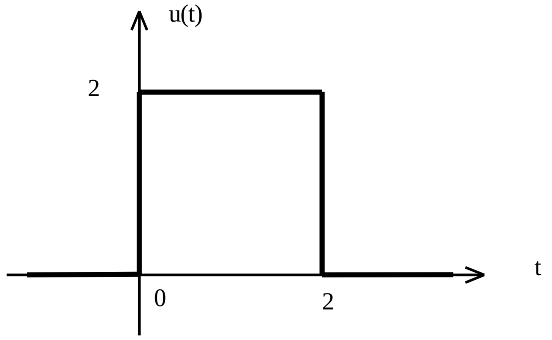


1. Scrivere l'equazione differenziale che descrive il comportamento di Σ.
2. Determinare la funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema Σ.
3. Dimostrare che il sistema è asintoticamente stabile per ogni valore positivo di m, k e b.

Parte B

5. [punti 4]

Dato un sistema con funzione di trasferimento $G(s)=\dfrac{8}{(s+2)(s+4)}$ determinare la risposta forzata $y(t)$ (per $t>0$) al segnale di ingresso definito in figura:



6. [punti 5]

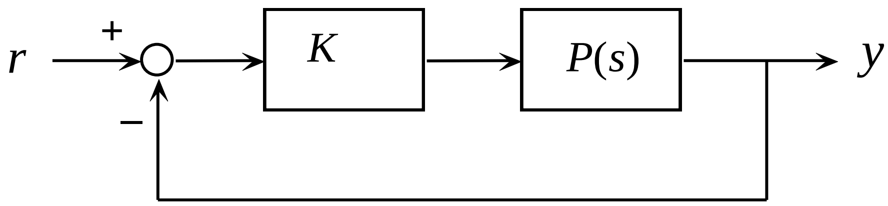
Tracciare i diagrammi di Bode asintotici (diagramma dei moduli e diagramma delle fasi della risposta armonica) associati alla funzione di trasferimento $G(s)=40\dfrac{s+5}{(s+1)(s+20)}$

Suggerimenti:

i) per una decade delle pulsazioni si assegnino 10 quadretti del foglio protocollo;

ii) si riportano per comodità dello studente i logaritmi in base 10 degli interi da 2 a 9: $\log_{10} 2 \cong 0,30$, $\log_{10} 3 \cong 0,48$, $\log_{10} 4 \cong 0,60$, $\log_{10} 5 \cong 0,70$, $\log_{10} 6 \cong 0,78$, $\log_{10} 7 \cong 0,85$, $\log_{10} 8 \cong 0,90$, $\log_{10} 9 \cong 0,95$.

7. [punti 6] Sia dato il sistema in retroazione di figura

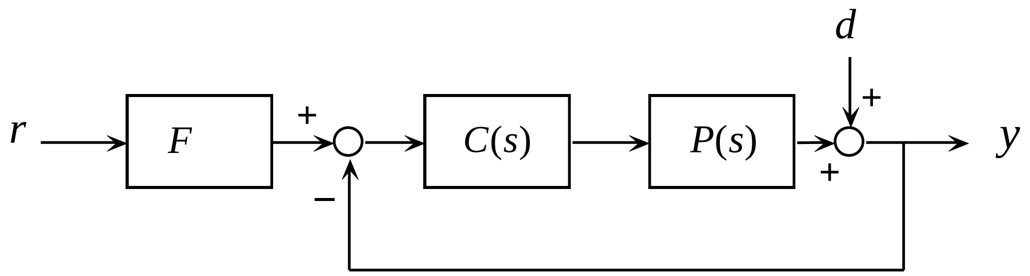


dove $P(s)=\dfrac{s+3}{s(s+2)^3}$.

a. Tracciare il luogo delle radici dell'equazione caratteristica del sistema retroazionato per $K>0$ determinando in particolare
   1. Asintoti del luogo.
   2. Eventuali radici doppie.
   3. Angoli di partenza del luogo.
b. Determinare i valori di $K \in \mathbb{R}$ per i quali il sistema retroazionato è asintoticamente stabile. Determinare inoltre le intersezioni del luogo delle radici dell'equazione caratteristica con l'asse immaginario del piano complesso.
c. Determinare il valore di K che massimizza il grado di stabilità del sistema retroazionato: $K^* = \arg\max_{K\in\mathbb{R}} G_S(K)$.

8. [punti 5]

Sia dato lo schema di sistema di controllo di figura



dove $P(s) = \dfrac{1}{s+4}$. Determinare un controllore $C(s)$ di ordine 4 (quattro) ed il blocco algebrico $F \in \mathbb{R}$ affinché il sistema di controllo soddisfi le seguenti specifiche:

1. reiezione infinita asintotica al disturbo $d(t) = 7\sin(2t) + 9\sin(t+5)$;
2. sistema retroazionato con poli dislocati in $-1, -2, -3, -5, -6$;
3. in condizioni nominali l'errore a regime in risposta ad un gradino del riferimento sia nullo.