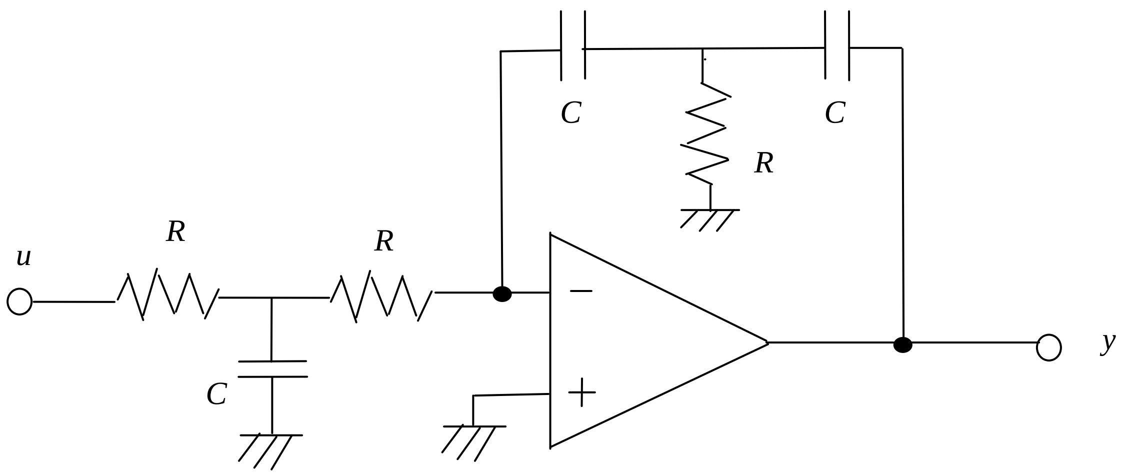
Parte A

1. [punti 3]
a. Enunciare e dimostrare il teorema della trasformata di Laplace dell'integrale.
b. Enunciare e dimostrare il teorema della trasformata di Laplace della traslazione nel tempo.

2. [punti 3]
Si enunci e dimostri la proprietà del luogo delle radici relativa all'appartenenza di punti reali al luogo esponendo sia il caso del luogo diretto che quello del luogo inverso.

3. [punti 4]
Fornire una definizione generale di margine di ampiezza M_A e margine di fase M_F per un sistema retroazionato asintoticamente stabile. Giustificare tali definizioni enunciando e dimostrando le pertinenti proprietà geometriche. Definire una procedura per il calcolo di M_A ed M_F nel caso di intersezioni multiple del diagramma polare con l'asse reale negativo e con la circonferenza unitaria.

4. [punti 5]
Il seguente schema elettrico definisca un sistema dinamico Σ orientato da u (tensione di ingresso) ad y (tensione d'uscita).



Si assuma l'amplificatore operazionale come ideale e si introduca il parametro $T \triangleq RC$:

1. Determinare la funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema Σ.
2. Determinare poli, zeri e modi di Σ.
3. Scrivere l'equazione differenziale che descrive il comportamento di Σ.

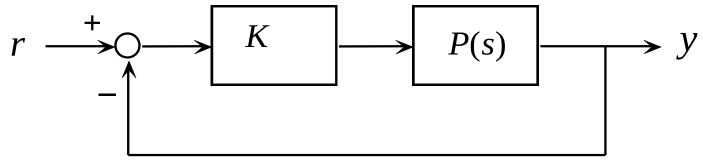
Parte B

5. [punti 5] Determinare l'evoluzione forzata $y(t)$ in risposta alla rampa $u(t) = 2t \cdot 1(t)$ di un sistema con funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{1}{(s+1)^4}$. Determinare inoltre il grado massimo di continuità di $y(t)$ su $\mathbb{R}$.

6. [punti 5]

1) Tracciare il diagramma polare associato alla funzione di trasferimento $P(s) = \dfrac{10(1-s)^2}{s(s+1)^3}$ determinando in particolare l'asintoto e l'intersezione con l'asse reale negativo.
2) Utilizzando il Criterio di Nyquist si studino le radici dell'equazione caratteristica $1 + P(s) = 0$ (quante a parte reale negativa, quante puramente immaginarie, quante a parte reale positiva).

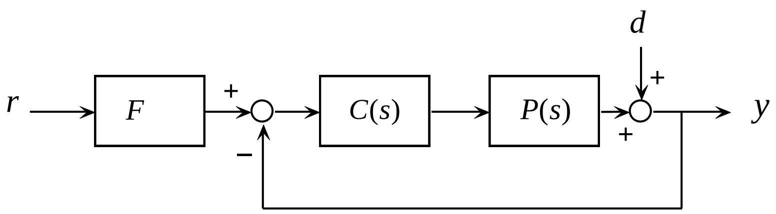
7. [punti 6] Sia dato il sistema in retroazione di figura



dove $P(s) = \dfrac{s+3}{s(s+2)^3}$.

a. Tracciare il luogo delle radici dell'equazione caratteristica del sistema retroazionato per $K > 0$ determinando in particolare
   1. Asintoti del luogo.
   2. Eventuali radici doppie.
   3. Angoli di partenza del luogo.
b. Determinare i valori di $K \in \mathbb{R}$ per i quali il sistema retroazionato è asintoticamente stabile. Determinare inoltre le intersezioni del luogo delle radici dell'equazione caratteristica con l'asse immaginario del piano complesso.
c. Determinare il valore di K che massimizza il grado di stabilità del sistema retroazionato: $K^* = \arg\max_{K \in \mathbb{R}} G_S(K)$.

8. [punti 5] Sia dato lo schema di sistema di controllo di figura



dove $P(s) = \dfrac{4}{s+2}$. Determinare un controllore $C(s)$ di ordine minimo ed il blocco algebrico $F \in \mathbb{R}$ affinché il sistema di controllo soddisfi le seguenti specifiche:

1. reiezione infinita asintotica al disturbo sinusoidale $d(t) = 4\sin(3t)$,
2. sistema retroazionato con poli dominanti in $-2 \pm j$,
3. costante di posizione $K_p = 4$,
4. in condizioni nominali l'errore a regime in risposta ad un gradino del riferimento sia nullo.