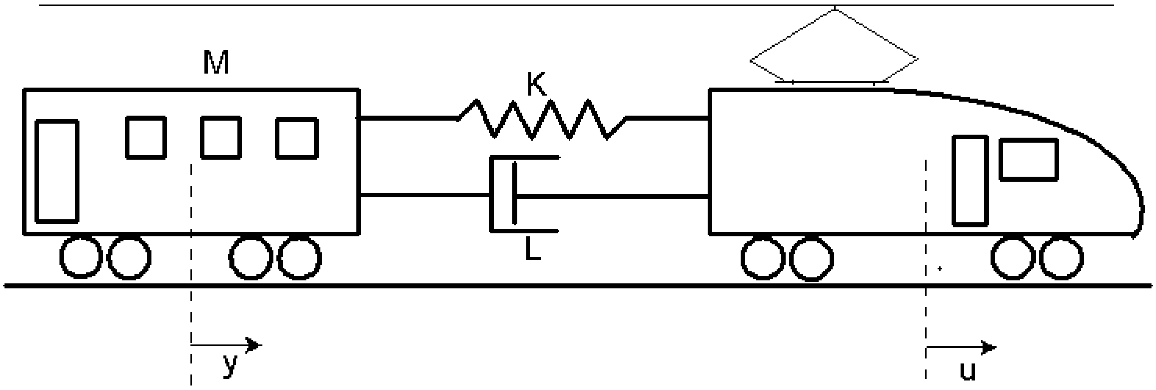
Parte A

1. [punti 3]
Nota la risposta al gradino unitario $g_s(t)$ di un sistema lineare dedurre la risposta forzata $y_F(t)$ del sistema ad un ingresso forzante $u(t)$.

2. [punti 3]
Sia dato un sistema in retroazione unitaria con guadagno di anello L(s). Si presenti e discuta l'analisi a regime della risposta ai segnali tipici del riferimento.

3. [punti 4]
Enunciare il Criterio di Nyquist (sia il caso generale che quello particolare) avendo cura di definire i concetti e le premesse teoriche sui quali si basa. Riportare inoltre una dimostrazione di tale criterio.

4. **[punti 6]**
Un treno è costituito da una motrice e da un vagone di massa M collegati per mezzo di una molla con costante elastica K e di un ammortizzatore con costante di smorzamento L. Si consideri il sistema dinamico Σ orientato da u – posizione della motrice – ad y – posizione del vagone (vedi figura). Le posizioni u ed y sono riferite a due sistemi di riferimento scelti in modo tale che la forza esercitata dalla molla sia nulla quando u = y.

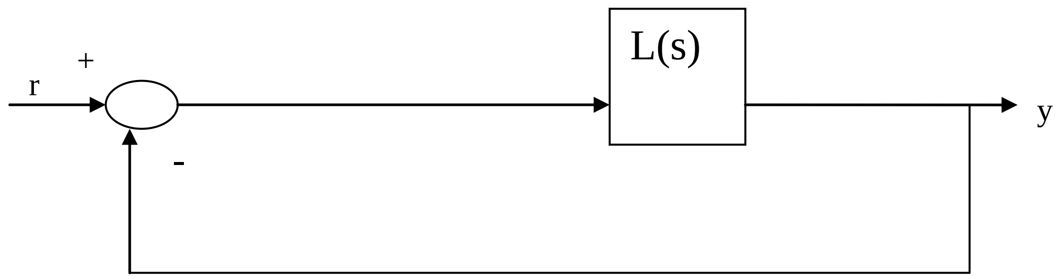


1- Determinare l'equazione differenziale, la funzione di trasferimento e l'insieme dei behaviours del sistema Σ.
2- Il treno procede lentamente in prossimità della stazione ad una velocità costante di 20 km/h quando, improvvisamente, il macchinista distratto va a sbattere contro il blocco di fine corsa. Assumendo per semplicità che la motrice si fermi istantaneamente, calcolare la frequenza delle oscillazioni del vagone e l'accelerazione avvertita dai passeggeri all'istante dell'incidente. Assumere $M=10^4$ kg, $K=10^4$ N/m, $L=5 \cdot 10^3$ N s/m.

Parte B

5. [punti 5] Determinare l'evoluzione forzata $y(t)$ in risposta alla rampa $u(t) = 2t \cdot 1(t)$ di un sistema con funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{1}{(s+1)^4}$. Determinare inoltre il grado massimo di continuità di $y(t)$ su $\mathbb{R}$.

6. [punti 5] Sia dato il seguente sistema retroazionato



dove $L(s) = 100\dfrac{(1-s)^2}{(s+1)^2(s+10)^2}$.

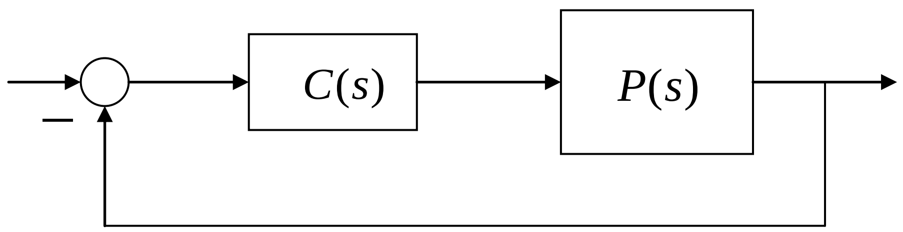
a) Tracciare il diagramma polare associato alla funzione di trasferimento $L(s)$ determinando in particolare le intersezioni con l'asse reale negativo.
b) Studiare la stabilità del sistema retroazionato mediante il criterio di Nyquist.

7. [punti 5] Si tracci il luogo delle radici della seguente equazione caratteristica:

$$1 + K_1 \frac{s-1}{(s+1)^3 (s+2)^2} = 0$$

per $K_1 \in [0, +\infty)$, determinando in particolare gli asintoti e le eventuali radici doppie.

8. [punti 5] Sia dato il sistema retroazionato di figura



dove $P(s) = \dfrac{1}{s(s+2)(s+4)}$ e $C(s) = K \in \mathbb{R}$ è un controllore proporzionale.

1. Determinare i valori di K per i quali è assicurata la stabilità asintotica del sistema retroazionato.
2. Determinare i valori di K per i quali il sistema retroazionato ammette $G_S \geq 0,2\ \text{s}^{-1}$ ($G_S \equiv$ grado di stabilità nel piano complesso).