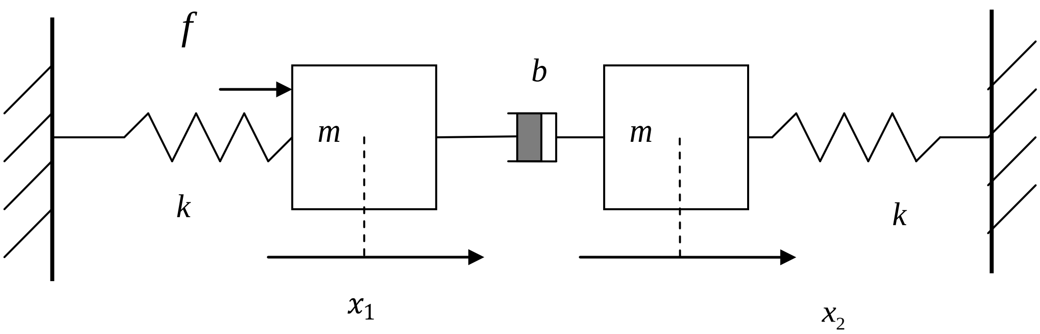
Parte A

1. [punti 4]
Riportare e commentare le regole di riduzione per gli schemi a blocchi. Individuare l'ambito applicativo di queste regole e il significato della riduzione alla forma minima.

2. [punti 4]
Sia dato un sistema in retroazione unitaria con guadagno di anello L(s). Si presenti e discuta l'analisi a regime della risposta ai segnali tipici del riferimento.

3. [punti 3]
Dato un sistema dinamico Σ descritto dalla funzione di trasferimento $G(s)=\dfrac{3s^2+s+7}{s^3+4s^2+8s+9}$, introdurre e definire l'insieme $\mathcal{B}$ dei behaviours di Σ. Dedurre inoltre le relazioni fra le condizioni iniziali in un istante di discontinuità dei segnali dell'ingresso e dell'uscita.

4. [punti 7]
Sia assegnato il sistema meccanico vibrante di figura

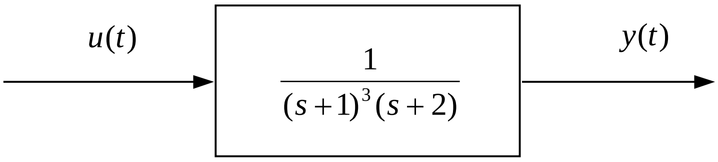


caratterizzato da due molle di costante elastica k e due corpi di massa m accoppiati da uno smorzatore viscoso di coefficiente b. Il corpo di sinistra sia soggetto ad una forza f e le posizioni delle due masse siano descritte dalle variabili x_1 e x_2 (quando il sistema è in quiete $x_1 = x_2 = 0$).

a) Determinare le equazioni differenziali che descrivono il moto delle due masse.
b) Determinare l'equazione differenziale che caratterizza il sistema vibrante (denominato Σ) orientato dall'ingresso f all'uscita x_2.
c) Scrivere il polinomio caratteristico e la funzione di trasferimento di Σ.
d) Dimostrare con i metodi e teoremi della tabella di Routh che Σ è **semplicemente stabile** per qualsivoglia valore dei parametri m,k,b (tutti positivi).
e) Giustificare con un ragionamento fisico il motivo per cui Σ, nonostante la presenza di un elemento dissipativo (lo smorzatore viscoso), **non è asintoticamente stabile**.

Parte B

5. [punti 4]
Sia dato il sistema di figura.



Determinare l'evoluzione forzata $y(t)$ del sistema in figura in risposta al gradino unitario $u(t) = 1(t)$.

6. [punti 4]
Tracciare i diagrammi di Bode asintotici (diagramma dei moduli e diagramma delle fasi della risposta armonica) associati alla funzione di trasferimento $G(s) = 40\frac{s+5}{(s+1)(s+20)}$

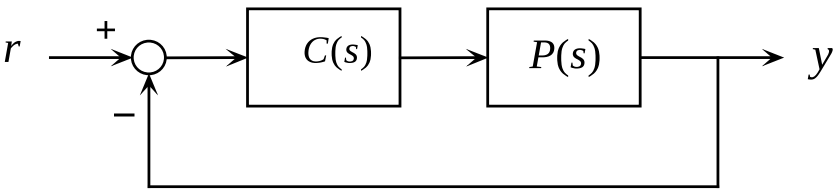
Suggerimenti:
- i) per una decade delle pulsazioni si assegnino 10 quadretti del foglio protocollo;
- ii) si riportano per comodità dello studente i logaritmi in base 10 degli interi da 2 a 9: $\log_{10} 2 \cong 0,30$, $\log_{10} 3 \cong 0,48$, $\log_{10} 4 \cong 0,60$, $\log_{10} 5 \cong 0,70$, $\log_{10} 6 \cong 0,78$, $\log_{10} 7 \cong 0,85$, $\log_{10} 8 \cong 0,90$, $\log_{10} 9 \cong 0,95$.

7. [punti 5]
Si tracci il luogo delle radici della seguente equazione caratteristica:

$$1 + K\frac{1-s}{(s+1)^3(s+2)^2} = 0 \quad , \quad K \in [0, +\infty)$$

determinando in particolare asintoti e radici doppie.

8. [punti 5]
Sia dato il sistema in retroazione di figura



dove $P(s) = \frac{s-1}{s^2+2s+2}$. Progettare un controllore $C(s)$ di ordine minimo affinché in risposta ad un gradino del segnale di comando si abbia: 1) l'errore a regime nullo; 2) tempo di assestamento $T_a \simeq 9$ secondi ; 3) sovraelongazione $S \simeq 0\%$.