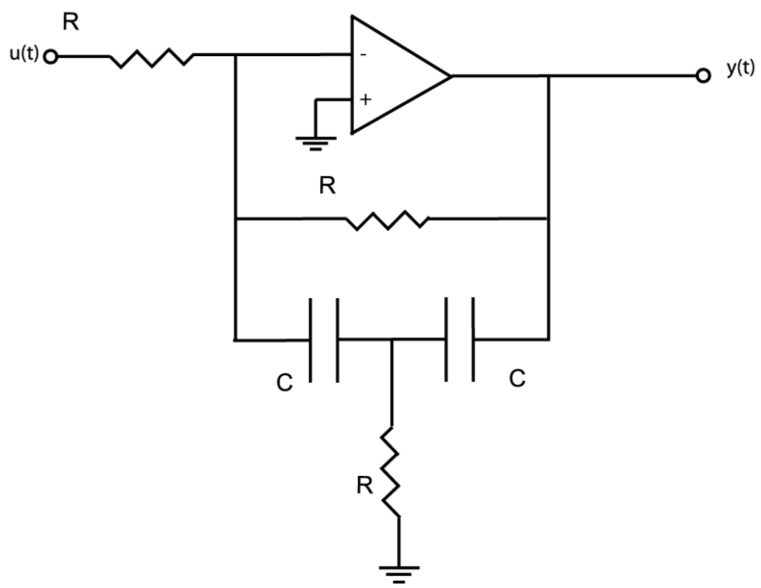
Parte A

1. [punti 4]
Si consideri un sistema dinamico orientato da u (ingresso) ad y (uscita) e descritto dall'equazione differenziale $\sum_{i=0}^{n} a_i D^i y(t) = \sum_{i=0}^{m} b_i D^i u(t)$. Sia $(u, y) \in \mathcal{B}^*$ con $u(t) = 0,\ y(t) = 0\ \forall t < 0$. Si dimostri che
1. $(D^* u, D^* y) \in \mathcal{B}^*$
2. $\left(\int_{0-}^{t} u(v)dv, \int_{0-}^{t} y(v)dv \right) \in \mathcal{B}^*$

2. [punti 3]
Sia dato un sistema retto dall'eq. differenziale
$$7D^3 y + 4Dy + y = 3Du + u$$
Siano note le condizioni iniziali $D^2 y(0-)$, $Dy(0-)$, $y(0-)$, $u(0-)$ ed il segnale d'ingresso $u(t) = 0$ per $t \geq 0$. Determinare la trasformata di Laplace dell'uscita $Y(s)$.

3. [punti 4]
Enunciare e dimostrare il teorema di analisi armonica per un sistema descritto da una funzione di trasferimento razionale.

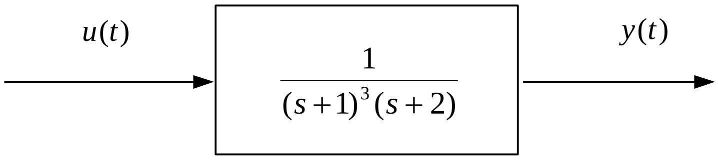
4. [punti 5]
Sia assegnato il sistema retroazionato di figura.



Considerando ideali le caratteristiche dell'amplificatore operazionale si determini la funzione di trasferimento tra la tensione in ingresso u e la tensione in uscita y. Determinare inoltre i modi del sistema corrispondente.

Parte B

5. [punti 4]
Sia dato il sistema di figura.



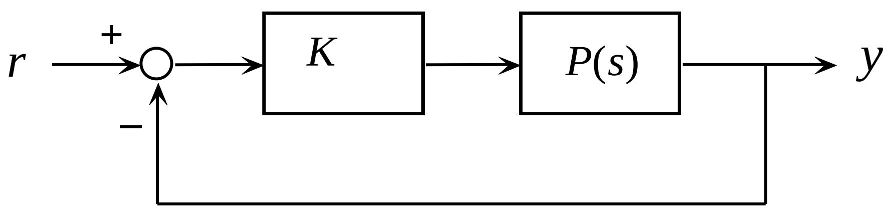
Determinare l'evoluzione forzata $y(t)$ del sistema in figura in risposta al gradino unitario $u(t)=1(t)$.

6. [punti 5]
1) Tracciare il diagramma polare associato alla funzione di trasferimento

$$P(s)=\frac{100(1-s)^2}{s(s+2)^3}$$

determinando in particolare l'asintoto e l'intersezione con l'asse reale negativo.
2) Utilizzando il Criterio di Nyquist si studino le radici dell'equazione caratteristica $1+P(s)=0$ (quante a parte reale negativa, quante puramente immaginarie, quante a parte reale positiva).

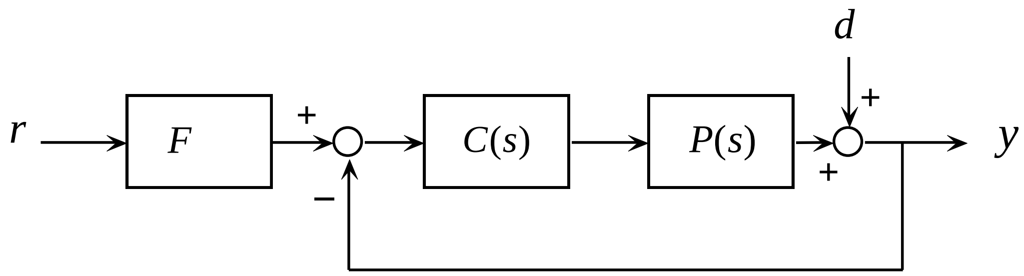
7. [punti 5]
Sia dato il sistema in retroazione di figura



dove $P(s)=\frac{1}{s(s+4)^3}$.

a. Tracciare il luogo delle radici dell'equazione caratteristica del sistema retroazionato per $K>0$ determinando in particolare
   1. Asintoti del luogo.
   2. Eventuali radici doppie.
   3. Angoli di partenza del luogo.
b. Determinare i valori di $K \in \mathbb{R}$ per i quali il sistema retroazionato è asintoticamente stabile. Determinare inoltre le intersezioni del luogo delle radici dell'equazione caratteristica con l'asse immaginario del piano complesso.
c. Determinare il valore di K che massimizza il grado di stabilità del sistema retroazionato: $K^* = \arg\max_{K\in\mathbb{R}} G_S(K)$.

8. [punti 6]
Sia dato lo schema di sistema di controllo di figura



dove $P(s) = \dfrac{4}{s+2}$. Determinare un controllore $C(s)$ di ordine minimo ed il blocco algebrico $F \in \mathbb{R}$ affinché il sistema di controllo soddisfi le seguenti specifiche:

1. reiezione infinita asintotica al disturbo sinusoidale $d(t) = 3\sin(2t+4)$,
2. sistema retroazionato con poli dominanti in $-2 \pm j$,
3. costante di posizione $K_p = 4$,
4. in condizioni nominali l'errore a regime in risposta ad un gradino del riferimento sia nullo.