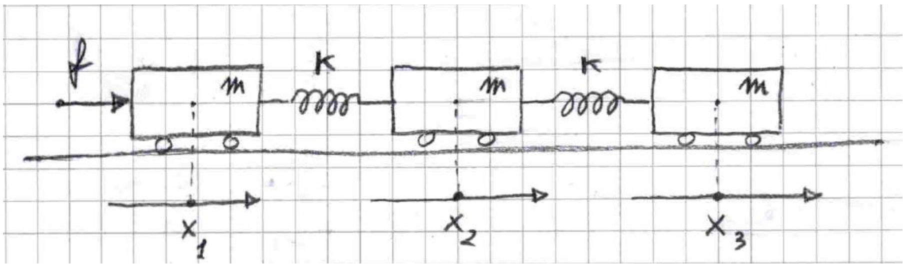
Parte A

1. [punti 3]
Data una funzione $f \in PC^{\infty}\ \mathbb{R}$ con due soli istanti di discontinuità in $t_1 = 0$ e $t_2 = 3$ scrivere le derivate generalizzate di ordine uno, due e tre.

2. [punti 4]
Tracciare i diagrammi di Bode ed il diagramma polare relativi alla rete anticipatrice $C(s) = \dfrac{1+\tau s}{1+\alpha\tau s}$ determinando in particolare l'anticipo massimo di fase e la corrispondente pulsazione.

3. [punti 4]
Sia dato un generico sistema dinamico orientato da u (ingresso) ad y (uscita) e descritto dall'equazione differenziale $\sum_{i=0}^{n} a_i D^i y(t) = \sum_{i=0}^{m} b_i D^i u(t)$.
Note le condizioni iniziali al tempo $0-$ come $y_-, Dy_-, \ldots, D^{n-1}y_-$ e $u_-, Du_-, \ldots, D^{m-1}u_-$ e l'azione forzante $u(t),\ t \geq 0$, determinare la trasformata di Laplace della risposta $y(t),\ t \geq 0$.
Nota: riportare i ragionamenti ed i passaggi che permettono l'individuazione dell'espressione $Y(s)$ cercata.

4. [punti 5]
Tre carrelli, ciascuno di massa , e collegati fra di loro con molle di costante elastica pari a come mostrato in figura costituiscano un sistema dinamico orientato da ad , rispettivamente forza applicata e posizione al e del carrello di sinistra. Nelle condizioni iniziali di quiete e con le molle a riposo si abbia , e . Trascurando gli attriti si determinino l'equazione differenziale e la funzione di trasferimento di tale sistema.



Parte B

5. [punti 5]

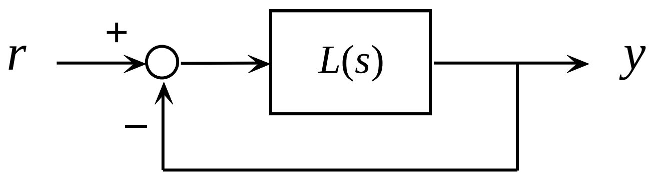
Da una elaborazione di dati sperimentali su di un sistema dinamico è nota la risposta al gradino unitario $g_s(t) = \frac{1}{2} + e^{-t} - \frac{3}{2}e^{-2t}$.

a) Determinare la funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema esprimendola nella forma standard con poli e zeri.

b) Determinare la risposta forzata $y(t),\ t \geq 0$ del sistema al segnale di ingresso $u(t) = \begin{cases} 0 & \text{per } t < 0 \\ 1+t & \text{per } t \geq 0 \end{cases}$.

6. [punti 5]

Sia dato il seguente sistema retroazionato



dove $L(s) = 16\frac{1-s}{(s+2)^4}$.

a) Tracciare il diagramma polare associato alla funzione di trasferimento $L(s)$ determinando in particolare l'intersezione con l'asse reale negativo.
b) Dimostrare mediante il criterio di Nyquist che il sistema retroazionato è asintoticamente stabile e determinare il corrispondente margine di ampiezza M_A.

7. [punti 5]

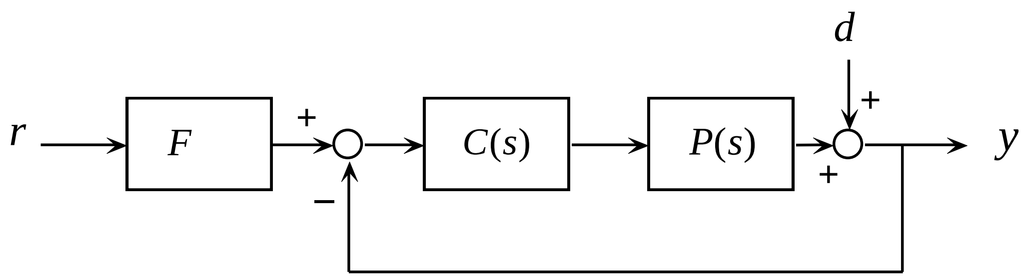
Tracciare il luogo delle radici dell'equazione

$$1 + \frac{s+a}{(s+1)(s+2)(s+2a)} = 0 \quad \text{per } a \geq 0.$$

Si determinino mediante una stima numerica le radici doppie presenti nel luogo. Esporre dettagliatamente il metodo numerico scelto considerando che un errore di $\pm 10\%$ nella stima è accettabile al fine del tracciamento qualitativo richiesto.

8. [punti 5]

Sia dato lo schema di sistema di controllo di figura



dove $P(s) = \frac{1}{s+4}$. Determinare un controllore $C(s)$ di ordine 4 (quattro) ed il blocco algebrico $F \in \mathbb{R}$ affinché il sistema di controllo soddisfi le seguenti specifiche:

1. reiezione infinita asintotica al disturbo $d(t) = 7\sin(2t) + 9\sin(t+5)$;
2. sistema retroazionato con poli dislocati in $-1, -2, -3, -5, -6$;
3. in condizioni nominali l'errore a regime in risposta ad un gradino del riferimento sia nullo.