Parte A

1. [punti 5]

Enunciare il Criterio di Nyquist (sia il caso generale che quello particolare) avendo cura di definire i concetti e le premesse teoriche sui quali si basa. Riportare inoltre una dimostrazione di tale criterio.

2. [punti 3]

Dato un sistema dinamico Σ descritto dalla funzione di trasferimento $G(s) = \dfrac{3s^2 + s + 7}{s^3 + 4s^2 + 8s + 9}$, introdurre e definire l'insieme $\mathcal{B}$ dei behaviours di Σ. Dedurre inoltre le relazioni fra le condizioni iniziali in un istante di discontinuità dei segnali dell'ingresso e dell'uscita.

3. [punti 3]

Tracciare i diagrammi di Bode asintotici (diagramma dei moduli e diagramma delle fasi della risposta armonica) associati alla funzione di trasferimento $G(s) = 40\dfrac{s+5}{(s+1)(s+20)}$

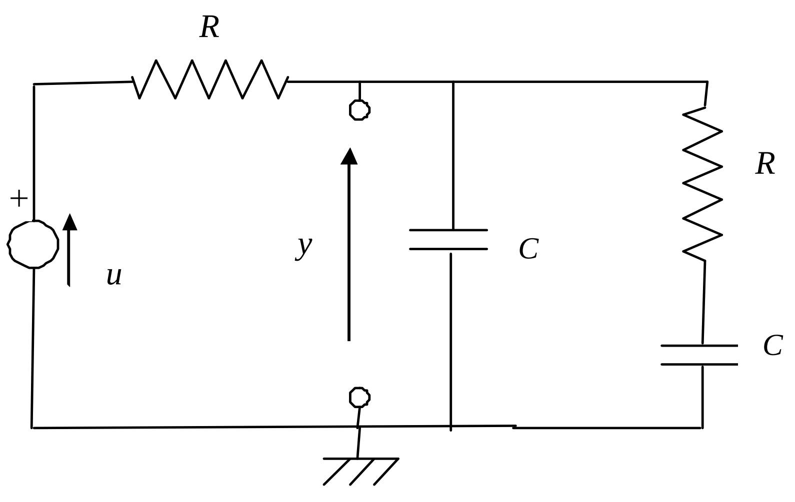
Suggerimenti:

i) per una decade delle pulsazioni si assegnino 10 quadretti del foglio protocollo;

ii) si riportano per comodità dello studente i logaritmi in base 10 degli interi da 2 a 9:
$\log_{10} 2 \cong 0,30$, $\log_{10} 3 \cong 0,48$, $\log_{10} 4 \cong 0,60$, $\log_{10} 5 \cong 0,70$, $\log_{10} 6 \cong 0,78$,
$\log_{10} 7 \cong 0,85$, $\log_{10} 8 \cong 0,90$, $\log_{10} 9 \cong 0,95$.

4. [punti 5]

La rete elettrica di figura definisce un sistema dinamico Σ orientato da u (tensione all'ingresso) ad y (tensione all'uscita).



1) Determinare la funzione di trasferimento di Σ (si introduca $T := RC$).
2) Scrivere l'equazione differenziale che descrive il comportamento dinamico del sistema.
3) Determinare i modi di Σ.

Parte B

5. [punti 5]

Dato un sistema di equazione $D^2 y + 4Dy + 4y = D^2 u + 2Du + u$ sia noto che per $t < 0$ ingresso ed uscita evolvono secondo le leggi: $u(t) = 2e^{-t}$, $y(t) = e^{-2t}$. All'istante $t = 0$ viene applicato il segnale $u(t) = 10,\ t \geq 0$:

1) verificare la correttezza dell'evoluzione del sistema per $t < 0$;
2) determinare l'uscita $y(t)$ del sistema per $t \geq 0$.

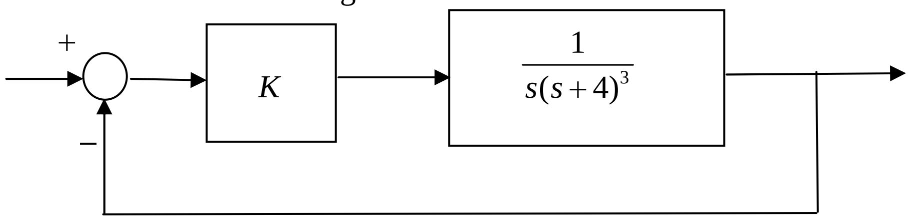
6. [punti 5]

1) Tracciare il diagramma di Nyquist associato alla funzione di trasferimento $P(s) = \dfrac{10(1-s)^2}{s(s+1)^3}$ determinando in particolare asintoti e le intersezioni con l'asse reale negativo.

2) Utilizzando il Criterio di Nyquist si studino le radici dell'equazione caratteristica $1 + P(s) = 0$ (quante a parte reale negativa, quante puramente immaginarie, quante a parte reale positiva).

7. [punti 5]

Sia dato il sistema retroazionato di figura

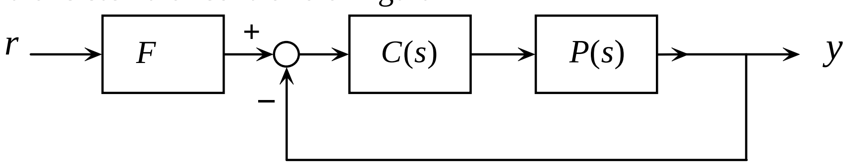


dove $K \in \mathbb{R}_+$.

1) Determinare il luogo delle radici dell'equazione caratteristica del sistema retroazionato per $K \in (0, +\infty)$ determinando in particolare asintoti e radici doppie.
2) Determinare l'insieme dei valori $K \in \mathbb{R}_+$ per i quali sussiste la stabilità asintotica del sistema retroazionato.
3) Relativamente al luogo delle radici di cui al punto 1) determinare l'intersezione del luogo con l'asse immaginario.

8. [punti 5]

Sia dato lo schema di sistema di controllo di figura



dove $P(s) = \dfrac{1}{(s-1)^2}$. Progettare un controllore $C(s)$ di ordine uno ed il blocco algebrico $F \in \mathbb{R}$ affinché il sistema di controllo soddisfi le seguenti specifiche:

1. i poli del sistema retroazionato siano posti in $-1 \pm j2, -5$;
2. in condizioni nominali l'errore a regime in risposta ad un gradino del riferimento sia nullo (errore $e := r - y$).